Untersuchungen über die Dielektrizitätskonstante von Mischungen fester Körper mit Luft.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen Philosophischen Fakultät der Universität Leipzig

vorgelegt von

Wilhelm John

aus Leipzig.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

Leipzig

Druck von August Hoffmann

Spezialdruckerei für Dissertationen

1916.

Angenommen von der III. Sektion auf Grund der Gutachten der Herren Wiener und Des Coudres.

Leipzig, den 23. November 1916.

Der Prokanzellar
Kromeyer.

Die vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität Leipzig ausgeführt. Auch an dieser Stelle sei mir gestattet, Herrn Geh. Hofrat Prof. Dr. O. Wiener für die Anregung zu dieser Arbeit und ihre dauernde liebenswürdige Unterstützung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Fernerhin möchte ich Herrn Prof. Dr. H. Scholl für seine wertvollen Ratschläge danken, mit denen er stets mich in meiner Arbeit zu unterstützen bereit war.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

I. **Einleitung** 9
II. **Methode der Untersuchungen** 12
III. **Beschreibung der Apparate** 14
a) Die Stimmgabel 14
b) Das Galvanometer 15
c) Der Schutzringkondensator 16
d) Der Vergleichskondensator 18
e) Die Zuleitung 18
f) Die Hochspannungsbatterie 19
IV. **Die Genauigkeit der Messungen** 19
a) Messung 19
b) Schutzringwirkung 19
V. **Die verwendeten Körper** 21
a) Die Größe der Körper 21
b) Die Dielektrizitätskonstante der Körper 22
VI. **Die Untersuchung der Mischungen** 25
a) Aufstellung der Körper 25
b) Messung der Dielektrizitätskonstanten der Mischung . . 26
c) Ergebnisse der Messungen: 28
1. kleine Messingkugeln 28
2. große Messingkugeln 29
3. Mischungskugeln 30
4. Messingwürfel 32
5. Hartgummiwürfel 33
VII. **Berechnung der Formzahl u und ihrer Fehlergrenzen** 34
a) Berechnung von u 34
b) Berechnung der Fehler von u 35
VIII. **Diskussion** 39
IX. **Vergleich der gemessenen und der aus der Rayleigh-schen Theorie berechneten u-Werte** 44
X. **Zusammenfassung** 48

Verzeichnis der Tabellen.

1. Die Korrektion der Ausschläge wegen der Zusatzkapazität.
2. Die Wirkung des Schutzringes mit Kappe.
3. Die Wirkung des Schutzringes ohne Kappe.
4. Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten des Hartgummis.
5. Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten der Aluminiumwachskittmischung.
6. Zusammenstellung der Größen und Dielektrizitätskonstanten der Körper.
7. Die Aufstellung der kleinen Messingkugeln.
8. Die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen aus kleinen Messingkugeln.
9. Die Aufstellung der großen Messingkugeln.
10. Die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen aus den großen Messingkugeln.
11. Die Aufstellung der Mischungskugeln.
12. Die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen aus den Mischungskugeln.
13. Die Aufstellung der Messingwürfel.
14. Die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen aus den Messingwürfeln.
15. Die Aufstellung der Hartgummiwürfel.
16. Die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen aus den Hartgummiwürfeln.
17. Zusammenstellung aller u-Werte.
18. Berechnung der u-Fehler bei kleinen Messingkugeln.
19. Berechnung der u-Fehler bei großen Messingkugeln.
20. Berechnung der u-Fehler bei Mischungskugeln.
21. Berechnung der u-Fehler bei Messingwürfeln.
22. Berechnung der u-Fehler bei Hartgummiwürfeln.
23. Zusammenstellung der ε_m und u bei kleinen Messingkugeln.
24. Zusammenstellung der ε_m und u bei großen Messingkugeln.
25. Zusammenstellung der ε_m und u bei Mischungskugeln.
26. Zusammenstellung der ε_m und u bei Messingwürfeln.
27. Zusammenstellung der ε_m und u bei Hartgummiwürfeln.
28. Vergleich mit der Rayleighschen Theorie für kleine Messingkugeln.
29. Vergleich mit der Rayleighschen Theorie für große Messingkugeln.
30. Vergleich mit der Rayleighschen Theorie für Mischungskugeln.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545814_0098

I. Einleitung.

Die Theorie der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen ist mehrfach behandelt worden[1]). Zu einem Abschluß ist man noch nicht gekommen, weil die Verhältnisse besonders dadurch ziemlich verwickelt sind, daß neben dem Mischungsverhältnis der Einfluß der Form der Bestandteile und der Art ihrer Anordnung in Rechnung zu setzen ist und theoretisch nicht leicht gefaßt werden kann. Bei der Lorenz-Lorentzschen Formel wird ein solcher Einfluß nicht berücksichtigt; sie hat daher eine genaue Gültigkeit nur für den Fall, der sich aus den bei ihrer Ableitung gemachten Annahmen ergibt, nämlich daß die eine Substanz in Kugelform in die andere eingebettet ist und dabei die einzelnen Kugeln einen im Verhältnis zu ihrer Größe weiten Abstand voneinander haben, so daß sie als in einem gleichförmigen Feld befindlich angesehen werden dürfen. Diese Einschränkung, daß die Körper, in deren Form die eine Substanz in die andere eingebettet ist, einen großen gegenseitigen Abstand haben sollen, hat Lord Rayleigh bei seiner Behandlung des Problems nicht gemacht. Er hat dabei eine Näherungsformel für den Fall von Zylindern in rechteckiger Anordnung und für den Fall von Kugeln in kubischer Anordnung aufgestellt. Eine allgemeine Theorie des Mischkörpers ist von Wiener aufgestellt worden, in der der Einfluß der Form der Bestandteile und ihrer Anordnung allgemein behandelt

[1]) L. Lorenz, Wied. Ann. 11, S. 70, 1880. — H. A. Lorentz, Wied. Ann. 9, S. 641, 1880. — Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 34, S. 481, 1892. — O. Wiener, Phys. Z. 5, S. 332, 1904. — Ders. Leipz. Ber. 61, S. 113, 1909. — Ders. Abh. d. kgl. sächs. Ges. d. Wiss. z. Leipzig. Bd. 32, S. 509, 1912.

wird. Es ergibt sich, daß dieser Einfluß durch eine Größe u ausgedrückt werden kann, die an die Stelle der in den Nennern der Lorenz-Lorentzschen Formel

$$\frac{\varepsilon_m - 1}{\varepsilon_m + 2} = \delta_1 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 2} + \delta_2 \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 2}$$

stehenden Zahl 2 tritt. Es bedeuten ε_m, ε_1, ε_2 die Dielektrizitätskonstanten der Mischung und ihrer Bestandteile, δ_1 und δ_2 die Verhältnisse der Volumina der Bestandteile zum Volumen der Mischung. Durch die Einführung des u erhält man als Mischungsformel

$$\frac{\varepsilon_m - 1}{\varepsilon_m + u} = \delta_1 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + u} + \delta_2 \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + u}$$

Ist der eine Bestandteil in Form von Kugeln in genügend großen gegenseitigen Abständen in den anderen eingebettet, so muß sich diese Formel auf die Lorenz-Lorentzsche reduzieren, in diesem Falle also ist $u = 2$.

Ist ε_u die Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mittels, so hängt bei isotroper Anordnung die Größe $f = \frac{u}{\varepsilon_u}$ in erster Annäherung nur von der Form der Bestandteile ab, so daß man sie zur Abkürzung als Formzahl bezeichnen kann. In weiterer Annäherung hat jedoch auch die gegenseitige Entfernung der Körper einen wesentlichen Einfluß auf die Zahl f; sie hängt fernerhin auch von der Dielektrizitätskonstanten der Körper ab. Ist, wie bei den hier gemachten Untersuchungen, $\varepsilon_u = 1$, so ist $f = u$, und u selbst hat die Bedeutung einer Formzahl.

Fast alle experimentellen Untersuchungen der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen[1]) beziehen sich auf Gemische von Flüssigkeiten oder auf wieder erstarrte Gemische geschmolzener Substanzen; es ist also über die Form der Bestandteile und die Art ihrer Anordnung nichts auszusagen. Daher lassen sich aus ihren Ergebnissen, die meist von den

[1]) Eine Zusammenstellung findet sich bei G. Rudorf, Jahrbuch d. Radioaktivität u. Elektr. 7, S. 38—123, 1910.

aus der Lorentzschen Formel berechneten Werten abweichen, keine Schlüsse auf die Größe u ziehen. Dagegen haben die Untersuchungen von Ficker[1]), der die Dielektrizitätskonstante von verschiedenen Mischungen bestimmt angeordneter, genau definierter fester Körper mit Luft gemessen hat, ein klareres Licht auf diese Fragen geworfen. Für eine sichere Aufklärung über die Größe u ist die Genauigkeit seiner Resultate noch nicht hinreichend, weil die Fehler der Dielektrizitätskonstanten der Mischung sich stark vergrößert auf die u-Werte übertragen, besonders wenn die Körper eine niedrige Dielektrizitätskonstante haben. Der Verfasser unternahm es daher auf Vorschlag von Herrn Prof. Wiener, ähnliche Messungen der Dielektrizitätskonstanten vorzunehmen und durch eine größere Genauigkeit der Messungen und durch Verwendung anderen Materials genauere Werte für die Größe u zu gewinnen und dabei besonders ihre Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis zu untersuchen.

Es wurden also bestimmte Mischungen von Luft und festen Körpern hergestellt, ihre Dielektrizitätskonstanten gemessen und hieraus die Größe u für die betreffende Mischung berechnet. Als Körper wurden Messingkugeln von zwei Größen, ferner Kugeln aus einer Mischung von Kolophonium, Wachs und Aluminiumpulver und schließlich Würfel aus Messing und aus Hartgummi verwendet.

Es ergab sich, daß die Zahl u für Kugeln und Würfel verschiedene Werte annimmt und merklich vom Mischungsverhältnis abhängt. Diese Abhängigkeit des u vom Mischungsverhältnis ist für Kugeln und Würfel verschieden. Für Kugeln zeigt die Zahl u bei wachsendem Mischungsverhältnis einen ständigen Anstieg. Bei einem kleinen Mischungsverhältnis, also bei relativ großem gegenseitigen Abstand der Kugeln, ist der Fall der Lorentzschen Ableitung annähernd erreicht; hier wurde der Wert für u entsprechend der Theorie gleich zwei gefunden. Die für mittlere Anordnungen erhaltenen Werte stimmen innerhalb der Fehler-

[1]) E. Ficker, Leipz. Diss. 1909.

grenzen mit den Werten überein, die sich aus der Rayleighschen Theorie ergaben. Für die engsten Anordnungen zeigten sich kleine Differenzen zwischen den gemessenen und den berechneten Werten; möglicherweise ist hier die Annäherung der Rayleighschen Formel noch nicht hinreichend.

Bei den Würfeln ergaben die Messungen eine Abnahme der Größe u bei wachsendem Mischungsverhältnis. Eine, allerdings nicht strenge, theoretische Untersuchung des Grenzwertes, den u für Würfel bei dem Grenzwert 1 des Mischungsverhältnisses annimmt, ergab, daß u sich hier der zwei nähert. Der Verlauf der aus den Messungen für Messingwürfel erhaltenen u-Werte scheint dies innerhalb der Fehlergrenzen zu bestätigen. Für Hartgummiwürfel erhält man allerdings bei den dichtesten Anordnungen wieder einen Anstieg der u-Werte, der aber, wie mit ziemlicher Sicherheit anzunehmen ist, nur auf Messungsfehlern beruht; die Fehlergrenzen schließen außerdem bei der dichtesten Anordnung die zwei noch mit ein.

II. Methode der Untersuchungen.

Die Untersuchungen wurden in der folgenden Weise vorgenommen. Sorgfältig auf ihre Regelmäßigkeit und auf gleiche Größe ausgesuchte Halbkugeln oder Halbwürfel wurden in quadratischer Anordnung in berechneten Abständen auf der unteren Platte eines Schutzringkondensators aufgestellt; der Abstand der Kondensatorplatten wurde so gewählt, daß die durch Spiegelung entstehende räumliche Anordnung von Kugeln bzw. Würfeln auch in der dritten Richtung isotrop war. Der Plattenabstand mußte also gleich der Hälfte des Abstandes sein, den die Mittelpunkte zweier benachbarten Körper in ihrer Aufstellung auf der unteren Kondensatorplatte voneinander hatten. Figur 1 stellt für Kugeln und Würfel den Grundriß und Aufriß eines kleinen Teiles ihrer Aufstellung bei dem Mischungsverhältnis $\delta = 0{,}200$ vor.

Die Kapazität des in dieser Weise gefüllten Kondensators und die des leeren Kondensators von gleichem Abstand wurde mit der von Ficker für einen Schutzringkondensator modifizierten Methode von Cohn und Heerwagen[1]) in der folgenden Weise gemessen.

Durch einen Stimmgabelunterbrecher wurde die Kollektorplatte und der Schutzring auf dasselbe Potential aufgeladen und dann die Platte allein durch ein Galvanometer, der Schutzring direkt zur Erde entladen. Bezeichnet man mit α und α_0 die Galvanometerausschläge bei gefülltem und leerem Kondensator, mit z den Ausschlag in dem Falle, daß nur die Zuleitung angelegt ist, ist C die Galvanometerkonstante, E die verwendete Spannung in Volt, N die Schwingungszahl der Stimmgabel, so ist die Kapazität in Farad

$$c = \frac{C(\alpha - z)}{N \cdot E}.$$

Bleibt C, N und E während der Messung konstant, so ist die Dielektrizitätskonstante der Kondensatorfüllung

$$\varepsilon_m = \frac{\alpha - z}{\alpha_0 - z}$$

Um die Konstanz der Spannung und der Stimmgabelschwingungszahl sowie das Arbeiten der Kontakte während einer ganzen Meßreihe kontrollieren zu können und imstande zu sein, bei kleinen Schwankungen alle Werte der Ausschläge auf gleiche Verhältnisse umzurechnen, wurden während der Messungen stets auch die Ausschläge bei Anlegen eines Vergleichskondensators bestimmt. Um auch die Fehler, die durch eine Veränderung an den Schutzringkontakten entstehen, feststellen zu können, wurde als Vergleichskondensator ein Schutzringkondensator verwendet.

Die Schaltung ergibt sich aus der in Figur 2 dargestellten Skizze. Von dem einen Pol einer Hochspannungsbatterie führte die Leitung zu dem einen Paar der Stimmgabelkontakte, von hier gingen zwei Leitungen, je eine für die

[1]) Cohn und Heerwagen, Wiedem. Ann. 43, S. 353—355, 1891.

Kollektorplatte und für den Schutzring, zu einem Umschalter, der das Umschalten vom Meßkondensator zum Vergleichskondensator gestattete. Von diesem Umschalter führte je eine Leitung zu Kollektor und Schutzring des Meßkondensators und des Vergleichskondensators. Von dem anderen Paar der Stimmgabelkontakte gingen Leitungen nach dem Galvanometer bzw. direkt zur Erde. Mit der Erde waren fernerhin der andere Pol der Hochspannungsbatterie und des Galvanometers sowie die unteren Platten der beiden Kondensatoren verbunden.

III. Beschreibung der Apparate.

a) Die Stimmgabel.

Die Stimmgabel war dieselbe, die Ficker benutzt hatte. Sie trug an jeder Zinke zwei kleine Kupferbügel mit Platinkontaktstiftchen, die durch Bernstein voneinander und von der Stimmgabel sorgfältig isoliert waren. Den Stiften gegenüber befanden sich kleine, durch Schrauben verstellbare und durch Bernstein gut isolierte Neusilberfedern, die an den Kontaktstellen kleine Platinbleche trugen. Die Kupferbügel mit den Kontaktstiften waren durch dünne Drähte mit der betreffenden Zuleitung verbunden, die von je einem Kontakt der oberen und unteren Zinke nach der Kollektorplatte des Kondensators führte, während das andere Paar der Kontaktstifte mit dem Schutzring verbunden war. Durch die oberen Kontakte wurde die Kollektorplatte und der Schutzring gleichmäßig aufgeladen, durch die unteren die Kollektorplatte durch das Galvanometer, der Schutzring direkt zur Erde entladen. Die Stimmgabel wurde elektromagnetisch mit 4 Volt betrieben, ihre Schwingungszahl war im Durchschnitt 92 in der Sekunde.

Die Schwingungen der Stimmgabel und das Arbeiten der Kontakte konnte durch eine Stroboskopeinrichtung kontrolliert werden. Diese Einrichtung bestand aus einer Blech-

scheibe von 50 cm Durchmesser, die 2 cm vom Rande in gleichen gegenseitigen Abständen 6 kreisförmige Oeffnungen von 1 cm Durchmesser hatte. Diese Scheibe war auf der Achse eines kleinen Elektromotors befestigt, der bei getrennter Feld- und Ankererregung durch zwei Akkumulatorenbatterien betrieben wurde. Die Achse war an ihrem anderen Ende vermittels einer kleinen biegsamen Welle mit einem Tachometer von Dr. Th. Horn verbunden. Die Stimmgabel wurde mit bloßem Auge durch die vorbeigehenden Öffnungen betrachtet. Die Tourenzahl des Motors wurde so reguliert, daß nahezu dieselbe Phase jeder 6. oder 8. Schwingung der Stimmgabel mit einem Durchgang aufeinanderfolgender Öffnungen durch das Gesichtsfeld zusammenfiel; dadurch erschien die Bewegung der Stimmgabel als eine langsame Schwingung. Es konnte hiermit die Amplitude der Schwingungen, der Grad der Durchbiegung der Kontaktfedern, die Berührungsstellen und die Dauer der Berührungen der Kontakte bequem beobachtet werden, auch ließ sich hiermit feststellen, ob die Kontaktfedern außer den durch das Niederdrücken durch die Kontaktstifte erzwungenen Schwingungen noch andere, störende Eigenschwingungen machten, die sich dann durch eine geeignete Umstellung der Kontaktschrauben entfernen ließen. Ferner ließ sich mit der Vorrichtung prüfen, ob Änderungen der Schwingungszahl eintraten. Wurde die Umdrehungszahl so reguliert, daß immer genau dieselbe Phase der Stimmgabelschwingung mit einem Öffnungsdurchgang zusammenfiel, so konnte aus der Umdrehungszahl pro Minute, die das Tachometer angab, die Schwingungszahl der Stimmgabel berechnet werden.

b) Das Galvanometer.

Das verwendete Galvanometer war ein Drehspulengalvanometer von Edelmann, dessen Dämpfung durch ein in die Spule eingesetztes Silberrähmchen auf einen genügenden Grad gebracht wurde. Die Ausschläge wurden

mit Fernrohr und Skala abgelesen. Die Galvanometerkonstante war für Gleichstrom 1,64 bis $2{,}00 \cdot 10^{-9}$ Amp. pro mm Skalenteil; die Unterschiede rühren von einer mehrfach nötigen Änderung des Aufhängedrahtes her. Dieses Instrument war von älterer Konstruktion und hatte kein homogenes Magnetfeld, die Ausschläge waren daher nicht den Stromstärken proportional und mußten nach einer empirisch aufgestellten Eichtabelle auf proportionale Werte reduziert werden. Bei einem größeren Teil der Messungen wurde ein Drehspulengalvanometer von Siemens & Halske benutzt, das durch einen Nebenschluß die genügende Dämpfung und eine Konstante von $1{,}87 \cdot 10^{-9}$ Amp. pro mm Skalenteil erhielt. Dieses Instrument ergab, wie mehrmals durch Messungen festgestellt wurde, genau proportionale Werte, wenn die den Tangenten der Winkel proportionalen abgelesenen Ausschläge auf die Winkel reduziert waren. Diese letztere Reduktion war natürlich auch hier notwendig.

c) Der Schutzringkondensator.

Bei den Messungen wurde zunächst der von Ficker benutzte Schutzringkondensator von folgenden Abmessungen verwendet:

Dicke der Kollektorplatte und des Schutzringes	0,980 cm
Radius der Kollektorplatte	5,875 „
Innerer Schutzringradius	5,905 „
Äußerer Schutzringradius	13,90 „
Dicke der unteren Kondensatorplatte	1,0 „
Radius der unteren Kondensatorplatte	13,90 „

Der Kollektor wurde durch drei Bernsteinstücke vom Schutzring getragen, dieser ruhte mittels dreier vorstehender Bügel auf drei Mikrometerschrauben. Die Schrauben standen auf Stahlplättchen, die, durch Bernstein isoliert, auf gleichfalls vorspringenden Bügeln der unteren Platte aufgekittet waren. Durch die Mikrometerschrauben ließ sich der Plattenabstand auf 0,004 mm genau feststellen, die Eichung der Schrauben

erfolgte durch drei genau geschliffene Glaskugeln von 3,0124 mm Durchmesser. Um einen Einfluß der Umgebung auf die Kapazität des Kondensators zu vermeiden, wurde er von einem geerdeten Faradaykäfig umgeben.

Bei Messungen kleinerer Kapazitäten zeigte sich, daß die Kapazität, die die Kollektorplatte infolge der von ihr nach dem Drahtkäfig gehenden Kraftlinien hatte, nicht vernachlässigt werden durfte. Um diese störende Zusatzkapazität zu beseitigen, wurde auf dem Schutzring über der Kollektorplatte eine Kappe aus Messingblech aufgesetzt, die infolge ihres Kontaktes mit dem Schutzring stets dasselbe Potential wie die Kollektorplatte hatte. Die Zuleitung zur Kollektorplatte wurde, isoliert durch ein dünnes Bernsteinröhrchen, durch eine kleine Öffnung der Kappe geführt. Figur 3 zeigt den mit dieser Kappe versehenen Schutzringkondensator.

Aus vergleichenden Messungen mit und ohne die Kappe ergab sich, daß die störende Zusatzkapazität etwa 0,4 cm betrug. Ein Teil der Messungen war ohne diese Kappe ausgeführt worden; der dadurch erhaltene Fehler ist so zu korrigieren, daß von den gemessenen Ausschlägen die der Zusatzkapazität entsprechenden Ausschläge subtrahiert werden. Folgende Tabelle enthält die Werte dieser Ausschläge a bei einer Galvanometerkonstanten $C = 1{,}92 \cdot 10^{-9}$ für die verwendeten Plattenabstände und den dabei im allgemeinen benutzten Spannungen E.

E	105	210	314
a	2,3	4,6	7,6

Bei anderen Spannungen und Galvanometerkonstanten waren diese Werte proportional umzurechnen.

Die Werte, die aus Messungen ohne die Kappe erhalten waren und in dieser Weise korrigiert wurden, fallen angenähert mit den Werten zusammen, die aus den mit der Kappe gemachten Messungen berechnet wurden.

d) Der Vergleichskondensator.

Der Vergleichskondensator war aus den oben angegebenen Gründen ebenfalls ein Schutzringkondensator, und zwar hatte er dieselben Abmessungen wie der Meßkondensator, nur wurde der Plattenabstand hier statt durch die Mikrometerschrauben durch drei gleich dicke Bernsteinstücke hergestellt, die zwischen den Schutzring und die untere Platte gelegt wurden. Es wurde so ein Plattenabstand von 2,94 mm erhalten; durch Dazulegen von drei Glasplättchen ließ sich ein weiterer Abstand von 5,68 mm herstellen. Bei den Untersuchungen wurde stets ein solcher Plattenabstand gewählt, daß die Kapazität des Vergleichskondensators von der des gefüllten Kondensators nicht sehr verschieden war. Der Vergleichskondensator wurde aus denselben Gründen wie der Meßkondensator in einen geerdeten Faradaykäfig gesetzt.

e) Die Zuleitung.

Die bei den Messungen auftretenden Kondensatorkapazitäten sind teilweise kleiner als die Kapazität der Zuleitung, stets aber von derselben Größenordnung. Daher war es nötig, die Zuleitungskapazität genau konstant zu halten. Dies ließ sich dadurch erreichen, daß alle Drähte in Glasröhren gelegt wurden, ein Verbiegen und damit eine Kapazitätsänderung also unmöglich war. Die verhältnismäßig große Kapazität, die die Zuleitung infolge des durch den geerdeten Drahtkäfig gehenden Stückes hatte, ließ sich dadurch von etwa 23 cm auf etwa 5 cm herabsetzen, daß der Draht zur Kollektorplatte hier durch ein kleines Messingrohr gelegt wurde und dieses Messingrohr an dieser Stelle die Leitung zum Schutzring bildete; es war sowohl gegen den Drahtkäfig als auch gegen den zur Kollektorplatte führenden Draht gut isoliert. Die Durchführung ist in Figur 4 dargestellt.

Bei der Messung der Zuleitungskapazität wurde die Kollektorplatte mit dem Schutzring verbunden, also mit ihm

aufgeladen und direkt zur Erde entladen. Das elektrische Feld war dadurch bei diesen Messungen dasselbe wie bei den Messungen der Kondensatorkapazität, die so gemessene Zuleitungskapazität war also gleich der, die bei den Kondensatorkapazitätsmessungen auftrat.

f) Die Hochspannungsbatterie.

Die elektromotorische Kraft wurde der großen Hochspannungsbatterie des Instituts entnommen, die infolge der verhältnismäßig großen Kapazität der einzelnen Zellen (3,5 Amperestunden) eine sehr konstante Spannung gibt. Es wurden Spannungen von 100 bis 500 Volt verwendet, je nach der Größe der zu messenden Kapazität.

IV. Die Genauigkeit der Messungen.

a) Die Galvanometerausschläge ließen sich etwa auf $^1/_2$ Skalenteil genau ablesen; sie betrugen im Mittel etwa 500,0 Skalenteile; die Genauigkeit der Kapazitätsmessungen war also im Mittel 0,1%.

Bei der Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten waren zwei Kapazitäten zu messen. Der Fehler in den Messungen der Dielektrizitätskonstanten ist daher 0,2%. Die Fehler infolge kleiner Schwankungen der Spannung, Stimmgabelschwingungszahl oder Galvanometerkonstanten, die mitunter während der Messungen eintraten, wurden durch die Umrechnung der Werte entsprechend den Ausschlägen für die Kapazität des Vergleichskondensators ausgeglichen.

b) Eine ungenügende Wirkung des Schutzringes konnte eine fehlerhafte Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten zur Folge haben. Die Gefahr einer ungenügenden Wirkung lag nahe, weil Plattenabstände bis zu 2,17 cm verwendet wurden, während der Radius der Kollektorplatte nur 5,875 cm betrug. Es war also nötig, zu prüfen, ob der Schutzring auch für so große Abstände noch die verlangte Wirkung hatte. Hierzu wurde ein Schutzringkondensator (Figur 5)

hergestellt, dessen Kollektorplatte wie die des Meßkondensators einen Radius von 5,875 cm hatte, ihre Dicke betrug 0,686 cm. Vier konzentrische Ringe von 2,5 bis 2,6 cm Breite und von ebenfalls 0,686 cm Dicke umgaben die Kollektorplatte; alle waren aneinander und an der Kollektorplatte bei einer Spaltbreite von etwa 1,7 mm beiderseits durch Bernsteinstücke befestigt und gut isoliert. Der äußerste Ring ruhte auf drei Messingklötzchen, durch Bernstein von ihnen isoliert, die den nötigen Abstand herstellten. Als untere Kondensatorplatte diente eine mit Stanniol überzogene Glasplatte. Über der Kollektorplatte ließ sich eine Schutzkappe anbringen, ähnlich der, die beim Meßkondensator verwendet wurde. Sie ruhte auf dem innersten Ring und war mit ihm leitend verbunden. Die Wirkung des Schutzringes wurde in der Weise untersucht, daß die Galvanometerausschläge für die Kapazität der Kollektorplatte bei verschiedenen Schutzringbreiten gemessen wurden, die ver- verschiedenen Schutzringbreiten gemessen wurden; die ver- nur der innerste Ring verwendet wurde, während die anderen isoliert waren, oder daß die zwei oder drei innersten Ringe oder schließlich alle vier Ringe als Schutzring zugleich mit der Kollektorplatte aufgeladen wurden. Auf diese Weise konnten Schutzringbreiten von 2,60 cm, 5,23 cm, 7,94 cm und 10,61 cm auf ihren Einfluß untersucht werden. Die bei diesen Messungen verwendete Galvanometerkonstante war $0{,}95 \cdot 10^{-9}$ Amp. pro mm Skalenteil, die Spannung 500 Volt. Die folgenden Tabellen enthalten die Galvanometerausschläge für die verschiedenen Ringbreiten und für verschiedene Plattenabstände a. $\alpha_{2\cdot60}$, $\alpha_{7\cdot94}$ und $\alpha_{10\cdot61}$ sind die Galvanometerausschläge bei einer Ringbreite von 2,60 cm, 7,94 cm und 10,61 cm.

Mit Schutzkappe.

a	$\alpha_{2\cdot60}$	$\alpha_{10\cdot61}$
1,298	322,0	321,8
2,352	177,9	177,4

Ohne Schutzkappe.

a	$\alpha_{2 \cdot 60}$	$\alpha_{7 \cdot 94}$	$\alpha_{10 \cdot 61}$
1,298	345.7	333,6	332,3
2,352	200,5	189,8	188,8

Man sieht hieraus, daß bei Messungen mit der Schutzkappe zwischen den Ausschlägen bei einem Ring von 2,60 cm Breite und bei einem von 10,61 cm Breite auch bei weiteren Abständen kein wesentlicher Unterschied besteht, es genügt also hier wohl schon ein Ring von 2,60 cm Breite, sicher aber genügt der 8 cm breite Ring des Meßkondensators. Bei den Messungen ohne die Kappe ist zwischen der Wirkung des 2,60 cm breiten Ringes und des 7,94 cm breiten ein wesentlicher Unterschied zu bemerken, während der Unterschied zwischen der Wirkung des 7,94 cm breiten und der des 10,61 cm breiten Ringes sehr klein ist. Gegenüber größeren Kapazitäten ist dieser Fehler zu vernachlässigen, demnach genügt die Wirkung des Meßkondensatorringes bei kleinem Plattenabstand auch dann, wenn die Schutzkappe nicht aufgesetzt ist. Für größere Abstände kann bei Messungen ohne Kappe der Fehler infolge der mangelhaften Ringwirkung einen Einfluß auf das Ergebnis haben.

V. Die verwendeten Körper.

a) Die Größe der Körper.

Die zur Herstellung der untersuchten Mischungen verwendeten zwei Sorten Messinghalbkugeln, die Messinghalbwürfel und Hartgummihalbwürfel wurden fertig geliefert und nur noch etwas nachgebessert. Die Halbkugeln aus der Mischung von Aluminiumpulver, Wachs und Kolophonium wurden in einer gekühlten Stahlform mit einer kleinen hydraulischen Handpresse aus der Mischsubstanz gepreßt, die durch gutes Verrühren des Aluminiums in der geschmolzenen Wachs-Kolophonium-Mischung hergestellt war.

Aus der Gesamtzahl der fertigen Körper wurden durch Messungen mit dem Libellensphärometer und durch Wägungen die gleichmäßigsten ausgesucht, die bei den dielektrischen Untersuchungen im mittleren Teil des Kondensators ihre Aufstellung fanden, während die weniger guten für die Besetzung der Ränder verwendet wurden.

Von den gelieferten 2000 Stück kleiner Messinghalbkugeln wurden 821 Stück ausgesucht, deren Höhe zwischen 0,292 cm und 0,299 cm und deren Gewicht zwischen 0,439 g und 0,472 g lag.

Von den großen Messinghalbkugeln wurden 84 Stück ausgesucht, deren Höhe 0,9925 bis 0,9945 cm und deren Gewicht 17,120 g bis 17,400 g betrug.

Die Höhen der 87 ausgesuchten Mischungshalbkugeln lagen zwischen 0,990 cm und 1,007 cm.

Von den gelieferten 2000 Messinghalbwürfeln wurden durch Ausmessen der Kanten 800 Stück ausgesucht, deren große Kanten eine Länge zwischen 0,6007 cm und 0,6037 cm und deren kleine Kanten eine Länge zwischen 0,3004 cm und 0,3019 cm hatten. Von den Hartgummihalbwürfeln wurden ebenfalls etwa 800 Stück ausgesucht.

b) Die Dielektrizitätskonstante der Körper.

Für die späteren Rechnungen war eine genaue Kenntnis der Dielektrizitätskonstanten der Körper nötig. Die Dielektrizitätskonstante der Metallkörper ist als unendlich anzunehmen. Die Dielektrizitätskonstanten des Hartgummis und der Aluminium-Wachskittmischung waren durch Messungen zu bestimmen. Hierzu wurde die Boltzmannsche Methode[1]) in der von Ficker benutzten Art verwendet. Eine planparallele Platte der zu untersuchenden Substanz wurde zwischen die Kondensatorplatten geschoben und die Galvanometerausschläge α und α_0 für die Kapazität des vollen und des leeren Kondensators sowie der Ausschlag z für die Kapazität der Zuleitung bestimmt. Es bezeichne a den Platten-

[1]) Boltzmann, Pogg. Ann. 151, S. 482 u. 531, 1874.

abstand, d die Dicke der Platte, c und c_0 die Kapazität des vollen und des leeren Kondensators, ε_1 die Dielektrizitätskonstante der Platte, dann läßt sich aus den Boltzmannschen Formeln der Ausdruck finden

$$\frac{1}{\varepsilon_1} = 1 - \frac{a\,(c - c_0)}{d \quad c};$$

da bei konstanter Spannung, Stimmgabelschwingungszahl und Galvanometerempfindlichkeit die Ausschläge den Kapazitäten proportional sind, so wird

$$\frac{1}{\varepsilon_1} = 1 - \frac{a\,(\alpha - \alpha_0)}{d\,(\alpha - z}$$

Die für diese Messungen verwendete Hartgummiplatte hatte einen Durchmesser von 25 cm und eine Dicke von 0,5718 cm. Die aus den verschiedenen Meßreihen für verschiedene Plattenabstände erhaltenen Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Die Dielektrizitätskonstante des Hartgummis.

a: in mm	6,000	7,000	7,500	8,000
	2,884	2,858	2,844	2,844
	2,880	2,863	2,846	2,879
	2,873	2,840	2,865	2,868
	2,867	2,844	2,867	2,880
ε_1	2,880	2,872	2,880	2,846
		2,867	2,838	2,859
		2,868		
		2,866		
Mittelwert für ε_1	2,863 $\pm$ 0,025 oder 0,87 % Fehler.			

Zur Messung der Dielektrizitätskonstanten der Aluminium-Wachskittmischung wurde aus derselben Substanz, aus der die Halbkugeln gepreßt waren, eine Platte gegossen und planparallel gehobelt. Sie hatte einen Durchmesser von 19,16 cm und eine Dicke von 1,0514 cm. Es hatte sich nicht vermeiden lassen, daß die Platte eine unregelmäßige Struktur erhielt; das zeigte sich bei den Messungen der Dielektrizitätskonstanten, für die sich bei verschiedener Lage der Platte verschiedene Werte ergaben. Die gefundenen Werte enthält die folgende Tabelle.

Die Dielektrizitätskonstante der Aluminium-Wachskittmischung.

a in mm	11,000	11,500	12,000
ε_1	12,524 13,099	12,145 13,417	12,350 13,249 11,758 11,804
Mittelwert	12,54 $\pm$ 0,88 oder 7,0 % Fehler.		

Es muß bemerkt werden, daß es unsicher ist, ob die gepreßten Halbkugeln wirklich dieselbe Dielektrizitätskonstante haben wie diese gegossene Platte. Ein Versuch, die Dielektrizitätskonstante der Halbkugeln durch eine Schwebemethode zu bestimmen, erwies sich deshalb als undurchführbar, weil die Substanz der Halbkugeln von allen in Betracht kommenden Flüssigkeiten ähnlich hoher Dielektrizitätskonstanten so stark angegriffen wurde, daß eine Messung unmöglich war.

In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten Größen für die ausgesuchten Körper zusammengestellt: Dielektrizitätskonstante und Dichte und deren relative Fehler, Durchschnittsgewicht in Gramm, hieraus berechneter Radius oder Kantenlänge in Zentimeter, die größten Unterschiede der Radien oder Kanten in Prozent, die Anzahl der ausgesuchten Körper.

Körper	Dielektrizitätskonst.	%	Dichte	%	Gewicht in gr	Radius bez. Kantenlänge in cm	gemess. Diff. in %	Anzahl
kleine Messinghalbkugeln	∞		8,4229	0,03	0,4476	0,2939		821
grosse Messinghalbkugeln	∞		8,4029	0,10	17,236	0,9931	0,2	84
Mischungshalbkugeln	12,54	7,0	1,173	0,68	2,3922	0,9912	1,7	87
Messinghalbwürfel	∞		8,4119	0,06	0,9094	0,6002	0,5	800
Hartgummihalbwürfel	2,863	0,87	1,2010	0,12	0,13029	0,6009		800

VI. Die Untersuchung der Mischungen.

a) Aufstellung der Körper.

Es war erstens die betreffende Mischung herzustellen, zweitens deren Dielektrizitätskonstante zu messen. Die Körper wurden hierzu in bestimmten Abständen auf der unteren Kondensatorplatte aufgestellt; der Abstand x der Mittelpunkte benachbarter Körper und der Plattenabstand $a = x/2$ wurde aus $x = \sqrt[3]{\frac{v}{\delta}}$ berechnet; dabei ist δ das gewünschte Mischungsverhältnis und v das Volumen des einzelnen Körpers, also k^3 bei den Würfeln, $\frac{4}{3}\pi r^3$ bei den Kugeln, k und r sind die Durchschnittswerte der Kanten und Radien. Um das bei der Messung wirklich bestehende Mischungsverhältnis genau bestimmen zu können, wurde die Zahl n der auf einer Seite $l = nx$ eines solchen Quadrates liegenden Körper berechnet, dessen Ecken ungefähr auf dem Rand der unteren Kondensatorplatte lagen; l mußte etwa 20 cm sein, da der Durchmesser der unteren Platte 27,8 cm betrug. Das wirkliche Mischungsverhältnis war dann nach der Bestimmung des Gewichtes p der n^2 im Quadrat aufgestellten Körper aus

$$\delta = \frac{p}{s \cdot a \cdot l^2}$$

zu finden, wobei s die Dichte des Körpers bezeichnet. Die Länge l ließ sich bei der Aufstellung der Körper auf etwa 0,2 mm oder 0,1 % genau herstellen. Um die Körper genau in der gewünschten Anordnung aufstellen zu können, wurde folgende Vorrichtung verwendet. An die untere Kondensatorplatte wurde eine hölzerne Schiene unverrückbar angelegt; längs dieser Schiene konnte eine zweite, senkrecht zu ihr stehende Schiene parallel zu sich über die Kondensatorplatte hin verschoben werden. Beide Schienen trugen dieselbe Teilung in den berechneten Abständen x. Mittels dieser beiden Schienen wurden die Körper zeilenweise auf

der Kondensatorplatte aufgestellt, die Zeilenabstände ergaben sich aus der Teilung auf der festen Schiene, die Stellung der Körper in jeder einzelnen Zeile wurde mit Hilfe der Teilung auf der beweglichen Schiene festgelegt; dabei wurden die Würfel längs einer Kante, von der der eine Endpunkt mit einem Teilstrich zusammenfiel, an die bewegliche Schiene angelehnt, die kleinen Kugeln wurden an den Teilstrichen als Berührungspunkten mit der Schiene zur Berührung gebracht. Die großen Kugeln wurden durch gleichzeitiges Anlehnen an die große bewegliche Schiene und an eine kleine dritte, längs der großen parallel verschiebbaren Schiene, die auf die einzelnen Teilstriche der großen beweglichen Schiene eingestellt wurde, an ihren Platz gebracht. Nachdem die Körper in den berechneten Abständen angeordnet waren und der Kondensator den richtigen Plattenabstand erhalten hatte, war die Herstellung der Mischung beendet.

b) Messung der Dielektrizitätskonstanten der Mischung.

Der gefüllte Kondensator wurde in die Meßanordnung gebracht und die Galvanometerausschläge mehrmals in der Reihenfolge Meßkondensator (x), Vergleichskondensator (α_v) und Zuleitung (z) gemessen. Nach Entfernen der Körper durch Wegschieben wurde in derselben Weise die Messung der analogen Größen α_0, α_{v_0} und z_0 beim leeren Kondensator vorgenommen. Die gefundenen Werte wurden in der auf S. 16 angegebenen Weise auf proportionale Werte reduziert und die Differenz $\alpha_0 - z_0$ entsprechend den Ausschlägen α_v und α_{v_0} auf den den Verhältnissen bei der Messung des vollen Kondensators entsprechenden Wert umgerechnet. Bei den ohne die Schutzkappe gemachten Messungen mußte außerdem von den beiden Differenzen $\alpha - z$ und $\alpha_0 - z_0$ der Ausschlag subtrahiert werden, der der erwähnten Zusatzkapazität bei der verwendeten Spannung und Galvanometerkonstanten entsprach. Das Verhältnis der so erhaltenen Differenzen $\alpha - z$ und $\alpha_0 - z_0$ ist gleich der Dielektrizitätskonstanten ε_m der Mischung.

Als Beispiel einer Messung sei die folgende mitgeteilt, die ohne die Schutzkappe gemacht worden war. Es handelt sich dabei um eine Mischung von kleinen Messingkugeln und Luft bei einem Mischungsverhältnis $\delta = 0{,}2$. Die Entfernung der Mittelpunkte benachbarter Kugeln ist hier

$$x = r \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3\delta}} = 0{,}8100 \text{ cm},$$

der Plattenabstand $\frac{x}{2} = a = 0{,}4050$ cm.

Damit die Länge l der Seiten des Quadrates $(nx)^2$ nahe 20 cm wurde, mußten $n = 25$ Halbkugeln auf jeder Quadratseite aufgestellt werden; dann war $l = 20{,}25$ cm. Diesen Größen entsprechend wurde der Kondensator gefüllt; dann wurden die Werte α, α_v und z und nach Entfernen der Körper die Größen α_0, α_{v_0} und z_0 gemessen. Die reduzierten Mittelwerte der erhaltenen Ausschläge waren

$$\alpha = 845{,}5 \quad \alpha_v = 761{,}8 \quad z = 383{,}9 \quad \alpha - z = 461{,}6$$
$$\alpha_0 = 649{,}1 \quad \alpha_{v_0} = 761{,}7 \quad z_0 = 383{,}9 \quad \alpha_0 - z_0 = 265{,}2$$

Die Differenz $\alpha_0 - z_0$ war im allgemeinen entsprechend den Werten α_v und α_{v_0} umzurechnen; bei diesem Beispiel bleibt sie unverändert 265,2. Die verwendete Spannung war 207,8 Volt, die Galvanometerkonstante $1{,}89 \cdot 10^{-9}$. Da die Messung ohne die Schutzkappe gemacht war, mußte von den Differenzen $\alpha - z$ und $\alpha_0 - z_0$ noch $\Delta\alpha = 4{,}7$ subtrahiert werden, entsprechend der Zusatzkapazität bei den vorliegenden Verhältnissen. Der Quotient

$$\frac{\alpha - z - \Delta\alpha}{\alpha_0 - z_0 - \Delta\alpha} = \frac{456{,}9}{260{,}5} = 1{,}754$$ ist die Dielektrizitätskonstante ε_m der Mischung.

Zur Kenntnis des wirklich vorhandenen Mischungsverhältnisses war nun noch das Gewicht der 25^2 Halbkugeln festzustellen, es betrug 279,75 gr. Das Mischungsverhältnis war also

$$\delta = \frac{p}{s \cdot a \cdot l^2} = 0{,}2000.$$

In dieser Weise wurden alle im folgenden angegebenen Werte für die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen gefunden.

c) Ergebnisse der Messungen.

1. Untersuchung der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen aus kleinen Messingkugeln und Luft.

Es wurden Mischungen von den Mischungsverhältnissen 0,0500, 0,1000, 0,2000, 0,300, 0,400 untersucht. Der jedem Mischungsverhältnis entsprechende Plattenabstand a, der Mittelpunktsabstand x der Kugeln und die Anzahl n der auf einer Quadratseite l aufgestellten Halbkugeln wurden in der angegebenen Weise für jedes Mischungsverhältnis berechnet. Die folgende Tabelle enthält außer diesen Größen noch die Durchschnittswerte der Gewichte der n^2 Halbkugeln und die absoluten und relativen Fehler der Mischungsverhältnisse, die aus $\frac{\Delta\delta}{\delta} = \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{2\,\Delta l}{l}$ berechnet worden sind.

Aufstellung der kleinen Messingkugeln.

δ	$\Delta\delta$	$\frac{\Delta\delta}{\delta}$ in %	a in cm	x in cm	n	l in cm	p in gr
0,0500	0,00015	0,30	0,6429	1,2858	16	20,57	114,64
0,1000	0,00032	0,32	0,5103	1,0205	20	20,41	179,06
0,2000	0,00069	0,35	0,4050	0,8100	25	20,25	279,75
0,300	0,00116	0,39	0,3538	0,7076	25	17,69	279,75
0,400	0,00168	0,42	0,3215	0,6429	25	16,07	279,75

Die Ergebnisse der einzelnen Messungen der Dielektrizitätskonstanten für die verschiedenen Mischungen, sowie die Mittelwerte und Fehler dieser Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die durch ein Kreuz kenntlich gemachten Werte sind aus Messungen ohne Schutzkappe erhalten worden; bei ihnen sind die erhaltenen Ausschläge wegen der Zusatzkapazität wie bei dem angeführten Beispiel korrigiert worden.

Die Dielektrizitätskonstanten bei kleinen Messingkugeln.

δ	0,0500	0,1000	0,2000	0,300	0,400	0,400
	1,154	1,331 +	1,754 +	2,374 +	3,299 +	3,421
	1,155	1,330 +	1,750 +	2,372 +	3,340 +	3,340
	1,154	1,333 +	1,758 +	2,361 +	3,374 +	3,368
	1,159	1,336 +	1,756 +	2,360 +	3,375 +	3,423
ε_m	1,158	1,331 +	1,759 +	2,376 +	3,367 +	
		1,336 +	1,761	2,379 +	3,371 +	
		1,335 +		2,355	3,365 +	
		1,339			3,364 +	
		1,339			3,429 +	
Mittelwert des ε_m	1,156	1,334	1,756	2,368	3,372	
$\Delta\varepsilon_m$	0,003	0,005	0,006	0,013	0,073	
in %	0,26	0,37	0,34	0,55	2,16	

Daß bei der engsten Anordnung der Fehler wesentlich größer ist, liegt daran, daß hier der Fehler des Plattenabstandes einen großen Einfluß ausübt. Die Dicke der Luftschicht zwischen der oberen Kondensatorplatte und den Scheitelpunkten der mittleren Halbkugeln beträgt nur 0,276 mm, der Fehler des Plattenabstandes von 0,004 mm ist also 1,4% dieser Größe.

2. Untersuchung der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen aus großen Messingkugeln und Luft.

Bei diesen Messungen war wegen des großen Plattenabstandes zu beachten, daß der störende Einfluß der Spaltbreite auf das Feld bei gefülltem Kondensator möglicherweise nicht zu vernachlässigen war. Dieser Einfluß mußte sich darin äußern, daß bei verschiedenen Anordnungen durch eine andere Lage der Halbkugeln zum Spalt das Gesamtfeld in verschiedener Weise beeinflußt wurde. Um dies prüfen zu können, wurde die ganze Anordnung der Halbkugeln bei den einzelnen Messungen in verschiedener Weise gegen den Spalt verschoben aufgestellt. Die Ergebnisse der Messungen zeigten indessen keine Unterschiede außerhalb der allgemeinen Fehlergrenzen; man kann also annehmen, daß

der erwähnte Einfluß des Spaltes zu vernachlässigen ist. Die folgende Tabelle enthält die für die Aufstellung der Halbkugeln erforderlichen Größen sowie die Fehler der verschiedenen Mischungsverhältnisse. Es wurden hier ebenfalls die Mischungsverhältnisse 0,0500, 0,1000, 0,2000, 0,300 und 0,400 untersucht.

Aufstellung der großen Messingkugeln.

δ	$\Delta\delta$	$\Delta\delta$ in %	a in cm	x in cm	n	l in cm	p in gr
0,0500	0,00016	0,32	2,1728	4,3455	5	21,73	431,04
0,1000	0,00033	0,33	1,7245	3,4490	6	20,69	620,58
0,2000	0,00076	0,38	1,3688	2,7375	7	19,16	844,62
0,300	0,00113	0,38	1,1957	2,3914	8	19,13	1103,11
0,400	0,00160	0,40	1,0864	2,1728	8	17,38	1103,11

Die bei den einzelnen Messungen erhaltenen Werte, sowie die Mittelwerte und Fehler der Dielektrizitätskonstanten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Die Dielektrizitätskonstanten bei großen Messingkugeln.

δ	0,0500	0,1000	0,2000	0,300	0,400
	1,158	1,327	1,743	2,297	3,270
	1,140	1,320	1,728	2,290	3,276
	1,151	1,311	1,752	2,260	3,234
	1,148	1,327	1,735	2,284	3,243
ε_m	1,149	1,319	1,740	2,283	3,252
		1,327	1,717	2,277	3,261
		1,335	1,760	2,284	3,265
			1,751	2,263	
				2,286	
Mittelwert für ε_m	1,1492	1,324	1,741	2,280	3,257
$\Delta\varepsilon_m$	0,009	0,013	0,024	0,020	0,023
in %	0,78	0,98	1,4	0,88	0,71

3. Untersuchung der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen aus Aluminiumwachskittkugeln und Luft.

Bei diesen Untersuchungen wurden folgende Mischungsverhältnisse benutzt: 0,0992, 0,198, 0,298, 0,397, 0,496 und

0,520. Bei dem Mischungsverhältnis 0,520 war der Plattenabstand a = 0,9935 cm zwar größer als der Durchschnittsradius, jedoch kleiner als die größten Höhen der nicht sehr gleichmäßigen Halbkugeln (1,007 cm), die Messung konnte also nicht direkt vorgenommen werden; der Wert für die Dielektrizitätskonstante dieser Mischung wurde vielmehr aus einer Reihe von Messungen durch Extrapolation gewonnen. Hierzu wurden die Dielektrizitätskonstanten der Mischungen von der richtigen Anordnung der Halbkugeln auf der unteren Kondensatorplatte, aber mit Plattenabständen $a + y_1$, $a + y_2$, $a + y_3$ an Stelle des richtigen Plattenabstandes a bestimmt; aus diesen Werten wurde in der von Ficker angegebenen Weise der Wert der Dielektrizitätskonstanten für den Abstand a durch Extrapolation berechnet. Die Abmessungen für die Aufstellung der Halbkugeln und die Ergebnisse der Messungen sind in den beiden folgenden Tabellen zusammengestellt.

Aufstellung der Mischungskugeln.

δ	$\Delta\delta$	$\Delta\delta$ in %	a in cm	x in cm	n	l in cm	p in gr
0,0992	0,00094	0,94	1,7252	3,4503	6	20,70	86,053
0,198	0,00179	0,90	1,3693	2,7386	8	21,91	153,02
0,298	0,00279	0,94	1,1962	2,3923	8	19,14	153,02
0,397	0,00395	1,00	1,0868	2,1736	9	19,56	193,77
0,496	0,00504	1,02	1,0089	2,0178	9	18,16	193,77
0,520	0,00530	1,02	0,9935	1,9870	9	17,88	193,77

Die Dielektrizitätskonstanten bei den Mischungskugeln.

δ	0,0992	0,198	0,298	0,397	0,496	0,520
ε_m	1,271	1,574	1,946	2,534	3,770	4,250
	1,259	1,597	1,996	2,594	3,692	4,232
	1,281	1,595	1,997	2,630	3,635	4,178
	1,270	1,590	1,996	2,629	3,698	4,184
	1,269	1,587	2,000	2,618	3,683	4,167
						4,116
Mittelwert für ε_m	1,270	1,589	1,987	2,601	3,696	4,188
$\Delta\varepsilon_m$	0,011	0,015	0,041	0,067	0,074	0,072
%	0,87	0,94	2,06	2,6	2,0	1,7

4. Untersuchung der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen aus Messingwürfeln und Luft.

Bei den Würfeln ließen sich Mischungen von den Mischungsverhältnissen 0,0500 bis 0,800 herstellen. Die Fehler der Dielektrizitätskonstanten werden auch hier, wie bei den kleinen Messingkugeln, für enge Anordnungen merklich größer, wohl ebenfalls infolge des Einflusses des Fehlers des Plattenabstandes. Die beiden folgenden Tabellen enthalten die für die Herstellung der Mischungen erforderlichen Abstände und die Ergebnisse der dielektrischen Messungen.

Aufstellung der Messingwürfel.

δ	$\Delta\delta$	$\Delta\delta$ in %	a in cm	x in cm	n	l in cm	p in gr
0,0500	0,00014	0,27	0,8147	1,6293	16	26,07	232,80
0,1000	0,00033	0,33	0.6465	1.2930	16	20,69	232,80
0,1999	0,00068	0,34	0,5132	1,0263	20	20,53	363,76
0,300	0,00101	0,34	0,4483	0,8965	24	21,52	523,80
0,400	0,00146	0,37	0,4073	0,8145	24	19,55	523,80
0,500	0,00186	0,37	0,3781	0,7561	27	20,42	662,97
0,600	0,00234	0,39	0,3558	0,7116	27	19,21	662,97
0,700	0,00284	0,41	0,3380	0,6759	27	18,25	662,97
0,800	0,00338	0,42	0,3233	0,6465	27	17,46	662,97

Die Dielektrizitätskonstanten bei den Messingwürfeln.

δ	0,0500	0,1000	0,1999	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800
ε_m	1,189	1,401+	1,868+	2,462+	3,211+	4,264+	5,804+	8,476	13,896
	1,185	1,394+	1,865+	2,462+	3,217+	4,285+	5,786+	8,494	13,770
	1,191	1,399+	1,870+	2,465	3,245	4,283+	5,865+	8,518	13,751
	1,192	1,397+	1,882	2,465	3,240	4,288+	5,827+	8,360	13,473
		1,399	1,872	2,470	3,242	4,290+	5,874+	8,343	13,545
		1,396	1,878	2,460	3,240	4,259+	5,848+		
						4,279	5,865+		
						4,258	5,869		
						4,277	5,870+		
							5,883		
							5,819		
							5,838		
Mittelw. für ε_m	1,189	1,398	1,873	2,464	3,233	4,276	5,846	8,438	13,687
$\Delta\varepsilon_m$	0,004	0,004	0,009	0,006	0,022	0.018	0,060	0,095	0,214
%	0,34	0,29	0,48	0,24	0.68	0,42	1,03	1,13	1,56

5. Untersuchung der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen aus Hartgummiwürfeln und Luft.

Auch hier wurden Mischungsverhältnisse von 0,0500 bis 0,799 untersucht. Die Fehler der Dielektrizitätskonstanten sind bei diesen Untersuchungen deshalb geringer, weil infolge der niedrigen Dielektrizitätskonstanten der Würfel die Unterschiede in der Aufstellung nur einen geringen Einfluß auf die Dielektrizitätskonstante der Mischung ausüben. Die beiden folgenden Tabellen enthalten wieder die für die Aufstellung der Körper erforderlichen Größen und die für die Dielektrizitätskonstanten der verschiedenen Mischungen erhaltenen Werte.

Aufstellung der Hartgummiwürfel.

δ	$\Delta\delta$	$\Delta\delta$ in %	a in cm	x in cm	n	l in cm	p in gr
0,0500	0,00018	0,36	0,8156	1,6312	16	26,10	33,358
0,0999	0,00041	0,41	0,6476	1,2951	16	20,72	33,358
0,1997	0,00091	0,46	0,5140	1,0280	20	20,56	52,118
0,300	0,00119	0,40	0,4490	0,8980	25	22,45	81,440
0,399	0,00170	0,43	0,4079	0,8159	25	20,40	81,440
0,499	0,00220	0,44	0,3787	0,7574	27	20,45	94,985
0,599	0,00276	0,46	0,3564	0,7127	27	19,24	94,985
0,699	0,00334	0,48	0,3385	0,6770	27	18,28	94,985
0,799	0,00395	0,49	0,3238	0,6477	27	17,48	94,985

Die Dielektrizitätskonstanten bei den Hartgummiwürfeln.

δ	0,0500	0,0999	0,1997	0,300	0,399	0,499	0,599	0,699	0,799
ε_m	1,064	1,126+	1,260+	1,401+	1,564+	1,735+	1,922+	2,135+	2,363+
	1,063	1,126+	1,257+	1,401+	1,563+	1,741+	1,925+	2,129+	2,367+
	1,062	1,125+	1,258+	1,404+	1,558+	1,733+	1,922+	2,139+	2,359+
	1,064	1,126+	1,260	1,410	1,564	1,733+	1,927	2,144	2,368+
		1,123	1,260	1,413	1,569	1,733+	1,938	2,151	2,375
		1,124				1,736	1,927		2,380
Mittelw. für ε_m	1,0633	1,125	1,259	1,406	1,564	1,735	1,927	2,140	2,369
$\Delta\varepsilon_m$	0,001	0,002	0,002	0,007	0,006	0,006	0,011	0,011	0,011
%	0,09	0,18	0,16	0,50	0,38	0,35	0,57	0,51	0,46

VII. Berechnung der Formzahl u und ihrer Fehlergrenzen.

a) Berechnung von u.

Die angeführten Messungen der Dielektrizitätskonstanten bestimmter Mischungen hatten den Zweck, die zu diesen Mischungen gehörigen Formzahlen u experimentell festzustellen. Aus den gefundenen Dielektrizitätskonstanten lassen sich die zugehörigen u-Werte in der Weise berechnen: Die Wienersche Mischformel

$$\frac{\varepsilon_m - 1}{\varepsilon_m + u} = \delta_1 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + u} + \delta_2 \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + u}$$

vereinfacht sich für die verwendeten Mischungen zu

$$\frac{\varepsilon_m - 1}{\varepsilon_m + u} = \delta_1 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + u},$$

da der eine der Bestandteile Luft war, also $\varepsilon_2 = 1$ zu setzen ist. Für δ_1 kann daher das Zeichen δ eingeführt werden. Aus der vereinfachten Formel läßt sich der folgende explizite Ausdruck für u finden

$$u = \frac{\varepsilon_1 (\varepsilon_m - 1) - \varepsilon_m \delta (\varepsilon_1 - 1)}{\delta (\varepsilon_1 - 1) - (\varepsilon_m - 1)}.$$

In dem Fall, daß die festen Körper aus Metall bestehen, wird $\varepsilon_1 = \infty$ und daher

$$u = \frac{\varepsilon_m - 1}{\delta} - \varepsilon_m.$$

Mittels dieser Formeln sind aus den Mittelwerten der Dielektrizitätskonstanten die Werte der Größe u für die verschiedenen Mischungen berechnet worden; die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Die Werte der Größe u.

δ	0,0500	0,1000	0,2000	0,300	0,400
kleine Messingkugeln	1,96	2,01	2,02	2,19	2,56
große Messingkugeln	1,84	1,92	1,96	1,99	2,39

δ	0,0992	0,198	0,298	0,397	0,496	0,520
Mischungskugeln	2,21	2,21	2,26	2,74	4,18	5,28

δ	0,0500	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,60	0,70	0,80
Messingwürfel	2,59	2,58	2,49	2,42	2,35	2,28	2,23	2,19	2,17
Hartgummiwürfel	2,75	2,43	2,42	2,46	2,52	2,53	2,67	2,94	3,29

b) Berechnung der Fehler Δu von u.

Zur Diskussion der hier für die Größe u erhaltenen Werte ist eine genaue Kenntnis ihrer Fehler notwendig. Im folgenden sind die Fehler des u für jede der untersuchten Mischungen in der Weise berechnet worden, daß die Einzelfehler, die durch die Messungsfehler der in dem Ausdruck für u auftretenden Größen entstehen, ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen addiert wurden. Die so berechneten Fehler der u-Werte sind also die im ungünstigsten Falle auftretenden maximalen Fehler; es ist daher eine gewisse Sicherheit vorhanden, daß die wirklichen Werte der Zahl u tatsächlich innerhalb der so gewonnenen Fehlergrenzen liegen. Der Gesamtfehler des u ist am einfachsten nach der Formel

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m} \Delta \varepsilon_m + \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1} \Delta \varepsilon_1 + \frac{\partial u}{\partial \delta} \Delta \delta$$

zu berechnen; für Metalle fällt das Glied $\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1} \Delta \varepsilon_1$ weg. Die Größen $\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}$, $\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1}$ und $\frac{\partial u}{\partial \delta}$ sind aus den Werten ε_m, ε_1 und δ für die betreffende Mischung auszurechnen; ihre algebraischen Ausdrücke sind

$$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m} = \frac{\delta (1-\delta)(\varepsilon_1 - 1)^2}{[\delta(\varepsilon_1 - 1) - (\varepsilon_m - 1)]^2}, \quad \text{für Metall } \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m} = \frac{1}{\delta} - 1$$

$$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1} = -\frac{(1-\delta)(\varepsilon_m - 1)^2}{[\delta(\varepsilon_1 - 1) - (\varepsilon_m - 1)]^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \delta} = -\frac{(\varepsilon_m - 1)(\varepsilon_1 - 1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_m)}{[\delta(\varepsilon_1 - 1) - (\varepsilon_m - 1)]^2}, \quad \text{für Metall } \frac{\partial u}{\partial \delta} = -\frac{\varepsilon_m - 1}{\delta^2}$$

die Größen $\Delta \varepsilon_m$, $\Delta \varepsilon_1$ und $\Delta \delta$ sind aus den Tabellen zu entnehmen. In den folgenden Tabellen sind für die verschiedenen

Mischungen alle diese Größen und die hieraus berechneten Werte für Δu zusammengestellt. Aus den Tabellen ist deutlich zu sehen, in welcher starken Vergrößerung die Fehler der gemessenen Größen in den Fehlern der u-Werte auftreten.

Die Fehler des u bei kleinen Messingkugeln.

$\varepsilon_1 = \infty$

δ	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}$	$\Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m} \Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}$	$\Delta \delta$	$\frac{\partial u}{\partial \delta} \Delta \delta$	Δu
0,0500	19,00	0,003	0,057	62,4	0,00015	0,009	0,066
0,1000	9,00	0,005	0,045	33,4	0,00032	0,011	0,056
0,2000	4,00	0,006	0,024	18,9	0,00069	0,013	0,037
0,300	2,33	0,013	0,030	15,2	0,00116	0,018	0,048
0,400	1,50	0,073	0,110	14,8	0,00168	0,025	0,135

Die Fehler des u bei großen Messingkugeln.

$\varepsilon_1 = \infty$

δ	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}$	$\Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m} \Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}$	$\Delta \delta$	$\frac{\partial u}{\partial \delta} \Delta \delta$	Δu
0,0500	19,00	0,009	0,171	59,7	0,00016	0,010	0,181
0,1000	9,00	0,013	0,117	32,4	0,00033	0,011	0,128
0,2000	4,00	0,024	0,096	18,5	0,00076	0,014	0,110
0,300	2,33	0,020	0,047	14,2	0,00113	0,016	0,063
0,400	1,50	0,023	0,035	14,1	0,00160	0,023	0,058

Die Fehler des u bei den Mischungskugeln.

$\varepsilon_1 = 12{,}54$

δ	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}$	$\Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m} \Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1}$	$\Delta \varepsilon_1$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1} \Delta \varepsilon_1$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}$	$\Delta \delta$	$\frac{\partial u}{\partial \delta} \Delta \delta$	Δu
0,0992	15,54	0,011	0,171	0,086	0,88	0,076	45,9	0,00094	0,043	0,290
0,198	7,35	0,015	0,110	0,097	0,88	0,085	25,9	0,00179	0,046	0,241
0,298	4,63	0,041	0,190	0,114	0,88	0.100	20,0	0,00279	0,056	0,346
0,397	3,59	0,067	0,240	0,174	0,88	0,153	20,7	0,00395	0,082	0,475
0,496	3,63	0,074	0,269	0,400	0,88	0,352	30,0	0,00504	0,151	0,772
0,520	4,20	0,072	0,302	0,617	0,88	0,543	38,8	0,00530	0,206	1,051

Die Fehler des u bei den Messingwürfeln.

$\varepsilon_1 = \infty$

δ	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}$	$\Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}\Delta\varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}$	$\Delta \delta$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}\Delta\delta$	Δu
0,0500	19,00	0,004	0,076	75,6	0,00014	0,011	0,087
0,1000	9,00	0,004	0,036	39,8	0,00033	0,013	0,049
0,1999	4,00	0,009	0,036	21,9	0,00068	0,015	0,051
0,300	2,33	0,006	0,014	16,3	0,00101	0,016	0,030
0,400	1,50	0,022	0,033	14,0	0,00146	0,020	0,053
0,500	1,00	0,018	0 018	13,1	0,00186	0,024	0,042
0,600	0,667	0,060	0,040	13,5	0,00234	0,032	0,072
0,700	0,429	0,095	0,041	15,2	0,00284	0,043	0,084
0,800	0,250	0,214	0,054	19,8	0,00338	0,067	0,121

Die Fehler des u bei den Hartgummiwürfeln.

$\varepsilon_1 = 2{,}863$

δ	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}$	$\Delta \varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_m}\Delta\varepsilon_m$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1}$	$\Delta \varepsilon_1$	$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_1}\Delta\varepsilon_1$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}$	$\Delta \delta$	$\frac{\partial u}{\partial \delta}\Delta\delta$	Δu
0,0500	184	0,001	0,184	4,26	0,025	0,107	237	0,00018	0,043	0,334
0,0999	83,6	0,002	0,167	3,77	0,025	0,094	108	0,00041	0,044	0,305
0,1997	43,4	0,002	0,087	4,20	0,025	0,105	60,6	0,00091	0,055	0,247
0,300	31,2	0,007	0,218	4,94	0,025	0,124	47,1	0,00119	0,056	0,398
0,399	25,9	0,006	0,155	5,95	0,025	0,149	42,5	0,00170	0,072	0,376
0,499	22,9	0,006	0,137	7,15	0,025	0,179	40,8	0,00220	0,090	0,406
0,599	23,4	0,011	0,257	9,66	0,025	0,242	45,3	0,00276	0,125	0,624
0,699	27,8	0,011	0,306	14,87	0,025	0,372	58,4	0,00334	0,195	0,873
0,799	39,0	0,011	0,429	26,38	0,025	0,660	88,2	0,00395	0,348	1,437

In den folgenden Tabellen sind die Werte δ, ε_m und u mit ihren prozentualen Fehlern zusammengestellt, für u sind auch die absoluten Fehler angegeben.

ε_m und u bei den kleinen Messingkugeln.

$\varepsilon_1 = \infty$

δ	%	ε_m	%	u	abs. Δu	%
0,0500	0,30	1,156	0,26	1,96	0,07	3,6
0,1000	0,32	1,334	0,37	2,01	0,06	3,0
0,2000	0,35	1,756	0,34	2,02	0,04	2,0
0,300	0,39	2,368	0,55	2,19	0,05	2,3
0,400	0,42	3,372	2,16	2,56	0,14	5,5

ε_m **und u bei den großen Messingkugeln.**

$\varepsilon_1 = \infty$

δ	%	ε_m	%	u	abs. Δu	%
0,0500	0,32	1,1492	0,78	1,84	0,18	9,8
0,1000	0,33	1,324	0,98	1,92	0,13	6,8
0,2000	0,38	1,741	1,38	1,96	0,11	5,6
0,300	0,38	2,280	0,88	1,99	0,06	3,0
0,400	0,40	3,257	0,71	2,39	0,06	2,5

ε_m **und u bei den Mischungskugeln.**

$\varepsilon_1 = 12{,}54 \quad \Delta\varepsilon_1 = \pm 0{,}88$ oder 7,0 %

δ	%	ε_m	%	u	abs. Δu	%
0,0992	0,94	1,270	0,87	2,21	0,29	13
0,198	0,90	1,589	0,94	2,21	0,24	11
0,298	0,94	1,987	2,06	2,26	0,35	15
0,397	1,00	2,601	2,58	2,74	0,48	18
0,496	1,02	3,696	2,00	4,18	0,77	18
0,520	1,02	4,188	1,72	5,28	1,05	20

ε_m **und u bei den Messingwürfeln.**

$\varepsilon_1 = \infty$

δ	%	ε_m	%	u	abs. Δu	%
0,0500	0,27	1,189	0,34	2,59	0,09	3,5
0,1000	0,33	1,398	0,29	2,58	0,05	1,9
0,1999	0,34	1,873	0,48	2,49	0,05	2,0
0,300	0,34	2,464	0,24	2,42	0,03	1,2
0,400	0,37	3,233	0,68	2,35	0,05	2,1
0,500	0,37	4,276	0,42	2,28	0,04	1,8
0,600	0,39	5,846	1,03	2,23	0,07	3,1
0,700	0,41	8,438	1,13	2,19	0,08	3,7
0,800	0,42	13,687	1,56	2,17	0,12	5,5

ε_m **und u bei den Hartgummiwürfeln.**

$\varepsilon_1 = 2{,}863 \quad \Delta\varepsilon_1 = 0{,}025$ oder 0,87 %

δ	%	ε_m	%	u	abs. Δu	%
0,0500	0,36	1,0633	0,09	2,75	0,33	12
0,0999	0,41	1,125	0,18	2,43	0,31	13
0,1997	0,46	1,259	0,16	2,42	0,25	10
0,300	0,40	1,406	0,50	2,46	0,40	16
0,399	0,43	1,564	0,38	2,52	0,38	15
0,499	0,44	1,735	0,35	2,53	0,41	16
0,599	0,46	1,927	0,57	2,67	0,62	23
0,699	0,48	2,140	0,51	2,94	0,87	30
0,799	0,49	2,369	0,46	3,29	1,44	44

VIII. Diskussion.

Bei den Kugeln ist, wie man aus den Tabellen sieht, die Zahl u bei kleinem Mischungsverhältnis, also bei weiter Anordnung, innerhalb der Fehlergrenzen entsprechend der Theorie gleich zwei. Bei wachsendem Mischungsverhältnis ergibt sich ein stark zunehmender Anstieg der u-Werte infolge davon, daß der gegenseitige Einfluß der Kugeln eine wachsende Wirkung auf das gesamte Feld ausübt. Diesen Verlauf der u-Werte zeigen auch deutlich die Kurven, in denen u als Funktion des Mischungsverhältnisses dargestellt ist (Fig. 6—8). Die Werte der Größe u müssen der Theorie nach für große und kleine Kugeln desselben Materials dieselben sein. Aus den Unterschieden der für die beiden Sorten Messingkugeln gefundenen Werte kann man auf den Grad der Richtigkeit dieser Ergebnisse schließen. Bei den weiteren Anordnungen ist die Differenz der u-Werte für große und kleine Messingkugeln kleiner als der größere der beiden zugehörigen Fehler Δu, der in diesem Falle der Fehler für die großen Kugeln ist. Die gefundenen Werte sind also jedenfalls innerhalb der Fehlergrenzen die richtigen. Bei $\delta = 0{,}4$ ist die Differenz der beiden u-Werte 0,17, der größere der beiden Fehler, hier der Fehler für die kleinen Kugeln, ist $\Delta u = 0{,}14$. Vermutlich sind also auch diese Werte noch annähernd richtig. Bei $\delta = 0{,}3$ dagegen ist die Differenz 0,20, der größere der beiden Fehler ist $\Delta u = 0{,}06$; hieraus kann man mit Sicherheit schließen, daß bei dem einen der beiden Werte ein größerer Messungsfehler vorliegt. Wie sich aus den später vorgenommenen Untersuchungen der Rayleighschen Theorie ergibt, ist bei $\delta = 0{,}3$ der u-Wert für die großen Messingkugeln ($u = 1{,}99$) nicht richtig.

Bei den Würfeln ist der Verlauf ein wesentlich anderer. Aus den Ergebnissen der Untersuchungen, wie sie in den Tabellen und in den Kurven angegeben sind, scheint auf den ersten Anblick hervorzugehen, daß hier die Größe u bei einem von der Dielektrizitätskonstanten der Würfel ab-

hängigen Mischungsverhältnisse ein Minimum hat. Wenigstens zeigt die Kurve der u-Werte für die Hartgummiwürfel diesen Verlauf. Indessen muß man bei diesem Schluß vorsichtig sein. Bei den eine größere Genauigkeit der Messungen gestattenden Messingwürfeln läßt sich nur ein merkliches, außerhalb der Fehlergrenzen liegendes Abnehmen der u-Werte bei wachsendem Mischungsverhältnis erkennen, und man könnte aus dem Anblick der Kurve für diese zu der Vermutung kommen, daß bei noch dichterer Anordnung auch hier ein Minimum eintreten würde, wenn auch vielleicht erst bei dem Grenzwert 1 des Mischungsverhältnisses.

Eine weitere Verfolgung der Kurve, die diese Frage vielleicht geklärt hätte, war deshalb nicht möglich, weil bei noch engeren Anordnungen der Abstand der oberen Kondensatorplatte von den oberen Flächen der Würfel so klein wurde, daß Isolationsstörungen durch Staubteilchen oder auch durch direkte Berührung besonders hoher Halbwürfel mit der oberen Platte nicht zu vermeiden waren.

Bei den Hartgummiwürfeln, bei denen, wie erwähnt, die Kurve der Mittelwerte der u allerdings ein Minimum zeigt, sind die Fehler so groß, daß die ganze Änderung des u innerhalb der Grenzen der größten Fehler liegt. Wie aus den Fehlertabellen folgt, ist die Ursache für diese Größe der Fehler darin zu suchen, daß die Fehler der Messungen in einer bis zu 184-fachen Vergrößerung auf die u-Werte übertragen werden.

Ferner ist sowohl für Hartgummiwürfel wie für Messingwürfel zu beachten, daß in der Nähe von $\delta = 1$ die Abstände der Würfel von der oberen Kondensatorplatte sehr klein werden und infolgedessen die Ungleichmäßigkeiten der Würfel die Wirkung haben werden, daß die höheren Würfel eine viel stärkere Vergrößerung der Kapazität und der Dielektrizitätskonstanten herbeiführen, als die niederen eine Wirkung im entgegengesetzten Sinne haben können. Eine Berührung eines einzigen Messingwürfels mit der oberen Kondensatorplatte würde ja bereits die Dielektrizitätskonstante unendlich groß erscheinen lassen. Einer Vergröße-

rung des ε_m entspricht nun auch eine Vergrößerung von u, so daß man mit der Möglichkeit rechnen muß, daß das in der Nähe von $\delta = 1$ bei den Hartgummiwürfeln auftretende Anwachsen des u sich ganz auf Messungsfehler zurückführt, und daß auch die für die Messingwürfel gefundenen Werte dort zu groß ausgefallen sind. Diese Erwägungen wurden nahegelegt durch eine, wenn auch nicht strenge, theoretische Betrachtung, die für Würfel zu dem Grenzwert $u = 2$ für den Grenzwert 1 von δ hinführt. Eine strenge Theorie für diesen Fall scheint noch nicht vorzuliegen.

Auf Grund von Annahmen, die eine gewisse Wahrscheinlichkeit haben, kann man nämlich mit Hilfe der Wienerschen Theorie des Mischkörpers bei Würfeln die Größe u für den Grenzwert 1 des Mischungsverhältnisses berechnen. Diese Annahmen, die bei einer sehr engen Anordnung von Würfeln berechtigt scheinen, sind die folgenden:

1. Die elektrische Kraft ist innerhalb der Würfel im wesentlichen konstant und parallel der Kraftrichtung im ungestörten Feld.

2. Die elektrische Kraft ist in dem Raum zwischen den Würfelflächen ebenfalls im wesentlichen konstant und parallel der Kraftrichtung im ungestörten Feld, und zwar sowohl zwischen den Würfelflächen, die der Feldrichtung parallel sind, als auch zwischen denen, die zu ihr senkrecht stehen.

3. Lediglich in dem kleinen, zwischen den Kanten und Ecken der Würfel liegenden gitterartigen Zwischenraum und in dessen Nachbarschaft innerhalb der Würfel ist das Feld gestört. Ist k die Würfelkante, x der Abstand der Mittelpunkte benachbarter Würfel und $\xi = x - k$ die Entfernung benachbarter Würfelflächen, so ist dieser Raum für jeden Würfel

$$\xi^3 + 3\,\xi^2\,k.$$

Wenn nun $(1 - \delta) = \dfrac{\xi^3 + 3\,\xi^2 k + 3\,\xi k^2}{x^3}$ und damit auch ξ gegen Null konvergiert, so verschwindet der Raum $\xi^3 + 3\,\xi^2 k$ gegenüber den drei flachen Räumen $k^2\xi$, so daß auch der Ein-

fluß, den die in ihm vorhandene Störung auf das Gesamtfeld ausübt, vernachlässigt werden kann.

Unter diesen Annahmen kann man die Dielektrizitätskonstante einer Mischung von Würfeln mit Luft bei sehr enger Anordnung mittels des Gesetzes der Wienerschen Theorie[1]) des Mischkörpers über den Mittelwert von Kraft, Polarisation und Energie berechnen. Dieses Gesetz besagt, daß der Mittelwert von Kraft, Polarisation und Energie in dem einheitlichen Körper, der den Mischkörper in seiner Wirkung auf das äußere Feld ersetzen soll, der gleiche bleibt wie bei dem Mischkörper. Ist $\mathfrak{E}_m$, $\mathfrak{E}_1$ und $\mathfrak{E}_2$ die elektrische Kraft im Mischkörper und in den beiden Bestandteilen der Mischung mit den Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 und den Mischungsverhältnissen δ_1 und $\delta_2 = 1 - \delta_1$, so wird dieses Gesetz für die Kraft und die Polarisation bei einer Mischung aus zwei Bestandteilen ausgedrückt durch:

$$\mathfrak{E}_m = \delta_1 \mathfrak{E}_1 + \delta_2 \mathfrak{E}_2$$

$$\varepsilon_m \mathfrak{E}_m = \delta_1 \varepsilon_1 \mathfrak{E}_1 + \delta_2 \varepsilon_2 \mathfrak{E}_2$$

Unter den gemachten Annahmen sind alle Kräfte parallel, man kann also die Vektoren durch Skalare ersetzen und schreiben

$$E_m = \delta_1 E_1 + \delta_2 E_2$$

$$\varepsilon_m E_m = \delta_1 \varepsilon_1 E_1 + \delta_2 \varepsilon_2 E_2$$

ε_1 möge die Kraft innerhalb der Würfel sein; die Kraft E_2 in den Zwischenräumen setzt sich aus drei Teilen zusammen: zwei Teile bildet die Kraft E_2' in den zwei Räumen $k^2\xi$, die den parallel zu den Kraftlinien stehenden Würfelflächen anliegen, einen Teil bildet die Kraft E_2'' in dem Raume $k^2\xi$, der sich zwischen den senkrecht zu den Kraftlinien stehenden Würfelflächen befindet. Die Kräfte in den kleinen Räumen $k\xi^2$ zwischen den Kanten und ξ^3 zwischen den Ecken der Würfel sind entsprechend den obigen Annahmen vernachlässigt. Es ist also

---

[1]) O. Wiener, Die Theorie des Mischkörpers für das Feld der stationären Strömung. Abh. d. kgl. sächs. Ges. der Wissensch. XXXII, 1912, S. 558, Formeln 198, 199, 200 und S. 575, Formeln 260 bis 267.

$$E_2 = \frac{1}{3}(2\,E_2' + E_2'').$$

Da bei den Untersuchungen der umgebende Bestandteil Luft war, so ist $\varepsilon_2 = 1$.

Setzt man den Wert für E_2 und ε_2 in die Ausdrücke für die Kraft und die Polarisation ein, so erhält man

$$E_m = \delta_1 E_1 + \frac{\delta_2}{3}(2\,E_2' + E_2'') \qquad (1)$$

$$\varepsilon_m E_m = \delta_1 \varepsilon_1 E_1 + \frac{\delta_2}{3}(2\,E_2' + E_2''). \qquad (2)$$

Die Grenzbedingungen sind für die Tangentialkomponente $E_2' = E_1$ und für die Normalkomponente $E_2'' = \varepsilon_1 E_1$. Diese Werte für E_2' und E_2'' in Gleichung (1) eingesetzt, ergibt

$$E_m = \delta_1 E_1 + \frac{\delta_2 E_1}{3}(2 + \varepsilon_1). \qquad (1a)$$

Subtrahiert man die Gleichung (1) von Gleichung (2), so erhält man

$$(\varepsilon_m - 1)\,E_m = \delta_1 (\varepsilon_1 - 1)\,E_1 \qquad (3)$$

Aus Gleichung (1a) und (3) folgt dann der Wert für die Dielektrizitätskonstante einer isotropen Mischung von Würfeln und Luft bei sehr enger Anordnung:

$$\varepsilon_m = \frac{3\delta_1 \varepsilon_1 + \delta_2 (\varepsilon_1 + 2)}{3\delta_1 + \delta_2 (\varepsilon_1 + 2)} = \frac{(\varepsilon_1 + 2) + 2\,\delta_1 (\varepsilon_1 - 1)}{(\varepsilon_1 + 2) - \delta_1 (\varepsilon_1 - 1)}$$

Wenn man diesen Wert in den Ausdruck für u

$$u = \frac{\varepsilon_1 (\varepsilon_m - 1) + \delta_1 (\varepsilon_1 - 1)\,\varepsilon_m}{\delta_1 (\varepsilon_1 - 1) - (\varepsilon_m - 1)} \quad \text{(s. S. 34)}$$

einsetzt, so ergibt sich $u = 2$. Dieses Ergebnis kann man auch ohne weitere Rechnung finden, wenn man den Ausdruck für ε_m in der Form schreibt

$$\varepsilon_m = \frac{\delta_1 \varepsilon_1 (1 + 2) + \delta_2 (\varepsilon_1 + 2)}{\delta_1 (1 + 2) + \delta_2 (\varepsilon_1 + 2)}$$

und mit Formel (313) der Wienerschen Abhandlung[1]) vergleicht, die, wenn 1 für ε_2 eingesetzt wird, ergibt

$$\varepsilon_m = \frac{\delta_1 \varepsilon_1 (1 + u) + \delta_2 (\varepsilon_1 + u)}{\delta_1 (1 + u) + \delta_2 (\varepsilon_1 + u)}$$

Beide Ausdrücke sind identisch bis auf die eine Größe, die

[1]) O. Wiener, Abh. d. kgl. sächs. Ges. d. Wiss., XXXII, 1912, S. 581.

im allgemeinen Ausdruck die Größe u, in dem hier gefundenen die Zahl 2 ist. Es muß also, da der Ausdruck eine lineare Funktion von u ist, für den hier behandelten speziellen Fall $u = 2$ sein.

Bei Annäherung des Mischungsverhältnisses an den Grenzwert 1 nähert sich also die Größe u bei Würfeln der 2.

Dieses Ergebnis kann noch keinen Anspruch auf große Sicherheit machen, da die Annahmen, auf denen es beruht, zwar wahrscheinlich sind, ihre Berechtigung aber doch erst genauer untersucht werden müßte.

Die für die Messingwürfel erhaltenen Werte für u stehen bei Berücksichtigung aller Fehler mit diesem Ergebnis in Einklang. Auch bei den Hartgummiwürfeln sind für die dichteren Anordnungen die Abweichungen der gefundenen u von 2 nicht größer als die Messungsfehler, die, wie schon oben erwähnt, durch die 184-fache Vergrößerung aus den Fehlern von ε_m besonders große sind. Wie das scheinbar gefundene Minimum sich aufklärt, ist bereits oben auseinandergesetzt worden.

IX. Vergleich der gemessenen und der aus der Rayleighschen Theorie berechneten u-Werte.

Die für die Kugeln erhaltenen Werte lassen sich mit den nach der Rayleighschen Theorie berechneten Werten vergleichen. Wie schon erwähnt wurde, hat Lord Rayleigh für Kugeln in isotroper Anordnung eine Mischungsformel abgeleitet, bei der die Einschränkung der Lorentzschen Ableitung, daß die Kugeln in genügend großen Abständen voneinander stehen, nicht gemacht wird. Die Rayleighsche Formel, bei deren Ableitung erst Glieder von höherer als der zehnten Potenz des Verhältnisses von Kugelradius zu Kugelabstand vernachlässigt werden, heißt

$$\varepsilon_m = 1 + \frac{3\,\delta_1\,(\varepsilon_1 - 1)}{(\varepsilon_1 + 2) - \delta_1\,(\varepsilon_1 - 1) - 1.65\,\frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + \frac{4}{3}}\,.\,\delta_1^{\frac{10}{3}}\,.\,(\varepsilon_1 - 1)}$$

hierin ist als Einheit der Dielektrizitätskonstanten ε_m der Mischung

und ε_1 der Kugeln die Dielektrizitätskonstante des die Kugeln umgebenden Mittels gewählt. Diese Formel reduziert sich auf die Lorentzsche Formel für $\varepsilon_2 = 1$: $\frac{\varepsilon_m - 1}{\varepsilon_m + 2} = \delta_1 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 2}$, wenn das Glied mit der $\frac{10}{3}$ten Potenz des Mischungsverhältnisses vernachlässigt wird.

Da bei den Untersuchungen als umgebendes Mittel Luft ($\varepsilon_2 = 1$) verwendet wurde, so sind hier für die Dielektrizitätskonstanten ε_m und ε_1 ihre Werte in den gewöhnlichen Einheiten einzusetzen.

Führt man diesen Rayleighschen Ausdruck für ε_m in die Formel für u ein, so erhält man eine Formel für u, durch die man aus dem Mischungsverhältnis und der Dielektrizitätskonstanten der Kugeln die zu dem Mischungsverhältnis gehörige Zahl u für isotrope Anordnungen von Kugeln berechnen kann. Diese Formel lautet

$$u = \frac{2(1 - \delta_1) - c}{(1 - \delta_1) - c}$$

wo $c = 1{,}65 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + \frac{4}{3}} \delta_1^{\frac{10}{3}}$ ist.

Bestehen die Kugeln aus Metall, so wird $\varepsilon_1 = \infty$ und

$$c = 1{,}65\ \delta_1^{\frac{10}{3}}.$$

Die hieraus für Metallkugeln berechneten Werte sind in den beiden folgenden Tabellen mit den aus den Messungen für die kleinen und die großen Messingkugeln für u erhaltenen Werte zusammengestellt. Aus diesen Tabellen und auch aus den Kurven der u-Werte für die kleinen und großen Messingkugeln, bei denen auch die nach der Rayleighschen Formel berechneten Werte eingezeichnet sind, ist zu erkennen, daß die berechneten Werte im allgemeinen innerhalb der Fehlergrenzen mit den gemessenen Werten zusammenfallen. Beim Mischungsverhältnis $\delta = 0{,}300$ liegt der berechnete Wert sowohl bei den kleinen wie bei den großen Kugeln außerhalb der Fehlergrenzen, und zwar in verschiedenem Sinne. Bei den großen Kugeln ist zweifellos der gemessene Wert zu niedrig, wie überhaupt alle aus den Messungen mit den großen Kugeln erhaltenen Werte zu

niedrig zu sein scheinen. Daß bei $\delta = 0{,}3$ ein größerer Messungsfehler vorliegt, ist schon auf S. 39 ausgeführt worden. Bei den kleinen Kugeln ist auch beim Mischungsverhältnis $\delta = 0{,}4$ der gemessene Wert merklich größer als der berechnete, wenn auch die Differenz hier noch innerhalb der Fehlergrenzen liegt. Die Ursache hierfür wird zum Teil die sein, daß, wie bei den Messingwürfeln erörtert wurde, die Ungleichmäßigkeit der Kugeln eine Vergrößerung der Dielektrizitätskonstanten und dadurch auch der u-Werte zur Folge hat. Es läßt sich nicht entscheiden, ob dieser Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung nach Rayleigh lediglich dem Fehler der Beobachtung zuzuschreiben ist oder zum Teil auch der unzureichenden Genauigkeit der Rayleighschen Formel, in dem Sinne, daß für die dichteren Anordnungen in der Formel noch ein höheres Glied berücksichtigt werden müßte.

Berechnete und gemessene u-Werte für kleine Messingkugeln.

δ	c	u berechnet	u gemessen	Δ u in %	Abweichung in %
0,0500	0,0001	$2{,}00_0$	1,96	3,6	2,0
0,1000	0,0008	$2{,}00_3$	2,01	3,0	0,5
0,2000	0,0077	2,03	2,02	2,0	0,5
0,300	0,0298	2,13	2,19	2,3	2,7
0,400	0,0778	2,45	2,56	5,5	4,3

Berechnete und gemessene u-Werte für große Messingkugeln.

δ	c	u berechnet	u gemessen	Δ u in %	Abweichung in %
0,0500	0,0001	$2{,}00_0$	1,84	9,8	8,7
0,1000	0,0008	$2{,}00_3$	1,92	6,8	4,2
0,2000	0,0077	2,03	1,96	5,6	3,6
0,300	0,0298	2,13	1,99	3,0	7,0 (?) [1]
0,400	0,0778	2,45	2,39	2,5	2,5

In etwas stärkerem Maße scheint bei den Mischungskugeln der Vergleich der berechneten und der gemessenen u-Werte darauf hinzuweisen, daß für engere Anordnungen die Annäherung der von Rayleigh gegebenen Formel noch

[1]) Wahrscheinlich größerer Messungsfehler, s. S. 39.

nicht hinreichend ist. Da hier auch die engeren Anordnungen vom Mischungsverhältnis 0,496 und 0,520 untersucht worden sind, mußte sich hier eine nicht zureichende Annäherung stärker bemerkbar machen. In der folgenden Tabelle sind die berechneten u-Werte mit den gemessenen zusammengestellt; auch in der Kurve der u-Werte sind neben den gemessenen die berechneten Werte eingetragen. Man sieht, daß die berechneten Werte für engere Anordnungen wesentlich unterhalb der gemessenen Werte liegen. Allerdings sind hier zweifellos sämtliche aus den Messungen gewonnenen Werte etwas zu hoch; dies ist besonders an den Werten für weite Anordnungen zu sehen, wo die Mittelwerte erheblich über zwei liegen, wenn auch die Fehlergrenzen die zwei noch einschließen. Die Ursache hierfür ist in der Beschaffenheit der Halbkugeln zu suchen. Die Halbkugeln waren nicht ganz homogen, sondern hatten eine etwas geschichtete Struktur; dies kann möglicherweise das Feld beeinflussen. Ferner waren die Ränder der Halbkugeln teilweise etwas abgebröckelt, weil die Substanz ziemlich mürbe war; dadurch war die Höhe der Halbkugeln größer als ihr aus Masse und Dichte berechneter Radius, sie übten daher einen stärkeren Einfluß auf das Feld aus als wirkliche Halbkugeln vom berechneten Radius.

Indessen dürfte die Differenz der berechneten und der gemessenen u-Werte bei engeren Anordnungen nicht nur darin ihre Ursache haben, daß hier die gemessenen u-Werte etwas zu hoch liegen, sondern zum Teil auch darin, daß für engere Anordnungen die Annäherung der Rayleighschen Formel nicht hinreichend ist.

Berechnete und gemessene u-Werte für Mischungskugeln.

δ	c	u berechnet	u gemessen	Δ u in %	Abweichung in %
0,0992	0,0006	2,002	2,21	13	9,5
0,198	0,0062	2,023	2,21	11	8,6
0,298	0,0243	2,11	2,26	15	6,6
0,397	0,0631	2,35	2,74	18	14
0,496	0,1326	3,07	4,18	18	27
0,520	0,1552	3,43	5,28	20	35

X. Zusammenfassung.

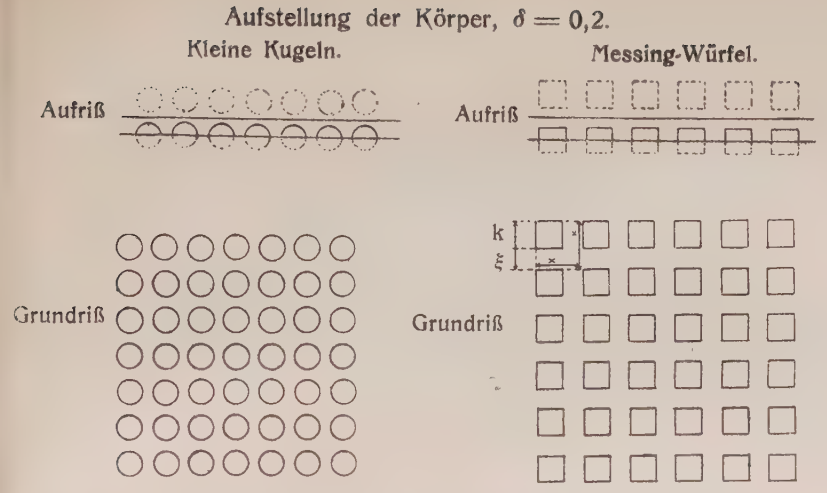
Es wurde die Dielektrizitätskonstante von verschiedenen genau definierten Mischungen experimentell bestimmt. Die hieraus berechnete Wienersche Formzahl u wurde für Kugeln und Würfel in isotroper Anordnung als Funktion des Mischungsverhältnisses untersucht und dabei eine merkliche Abhängigkeit der Zahl u vom Mischungsverhältnis festgestellt.

Diese Abhängigkeit ist für Würfel eine andere als für Kugeln. Bei Kugeln wurde für große Abstände in Übereinstimmung mit der Lorentz-Lorenzschen Formel innerhalb der Fehlergrenzen der Wert $u = 2$ gefunden. Für dichtere Anordnungen wachsen die Werte für u an.

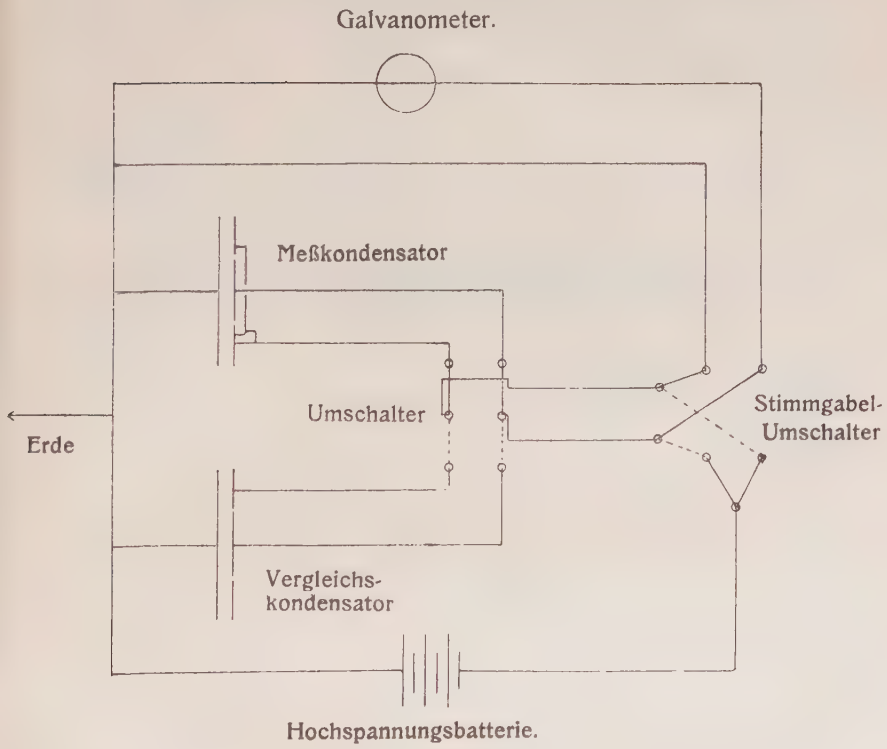
Mittels einer Formel, die aus der Rayleighschen Theorie abgeleitet war, wurden die u-Werte für Kugeln direkt berechnet und mit den aus den Messungen erhaltenen Werten verglichen. Im allgemeinen zeigte sich eine Übereinstimmung innerhalb der Fehlergrenzen, nur für ganz enge Anordnungen ist möglicherweise die Annäherung der Rayleighschen Formel noch nicht genügend.

Bei Würfeln ist für weite Anordnungen ein Wert von u größer als 2 außer Frage. Die Abweichungen der hier gefundenen u-Werte von 2 übersteigen die Beobachtungsfehler bei weitem. Für dichtere Anordnungen nimmt dann der Wert von u zunächst ab. Bei Messingwürfeln dauert diese Abnahme an und u nähert sich dem Wert 2. Das bei Hartgummiwürfeln bei ganz enger Anordnung gefundene Wiederansteigen beruht wahrscheinlich auf Messungsfehlern.

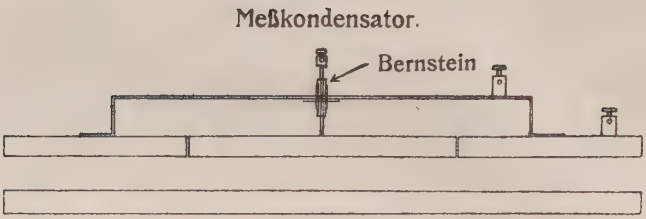
Durch eine angenäherte theoretische Untersuchung wurde es wahrscheinlich gemacht, daß für immer dichtere Anordnungen sich bei den Würfeln für u der Grenzwert 2 ergibt. Damit würden also bei Berücksichtigung der Fehler die Ergebnisse für die Messingwürfel übereinstimmen und die Ergebnisse für Hartgummiwürfel wenigstens nicht im Widerspruch stehen.



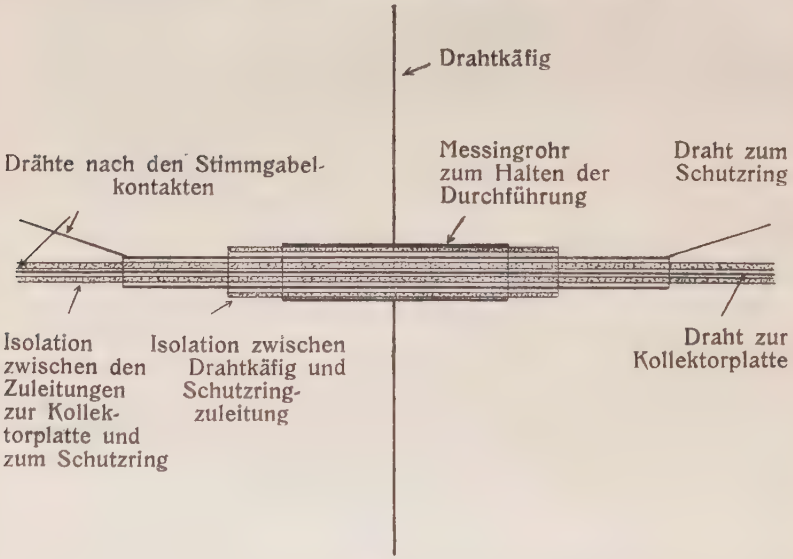
Figur 1.



Figur 2.

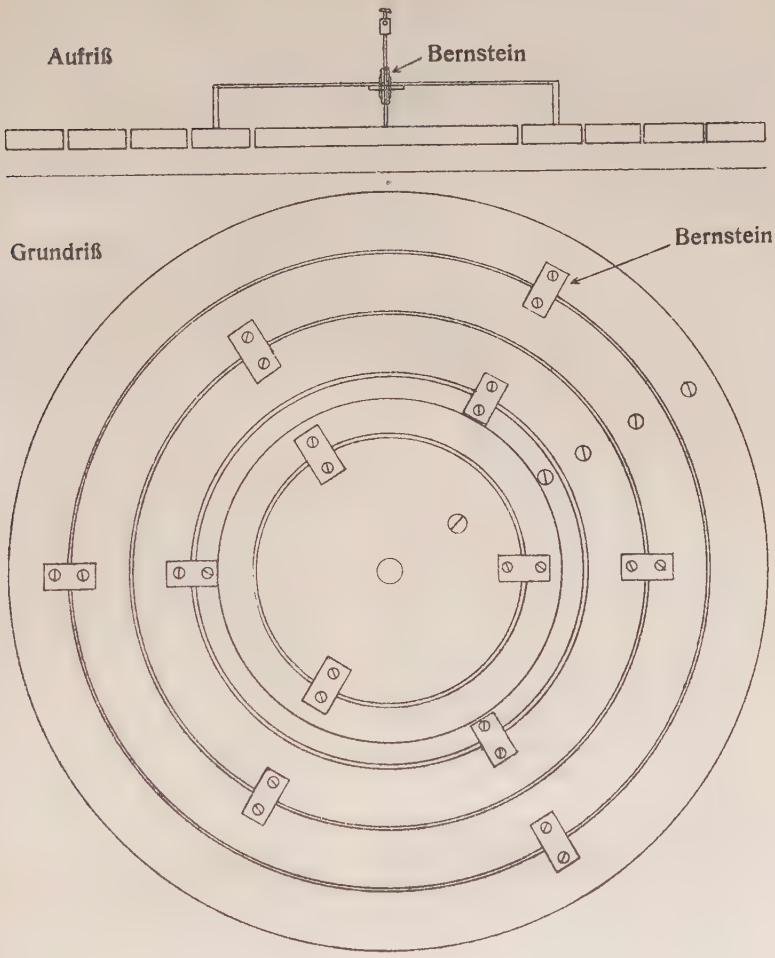


Figur 3.



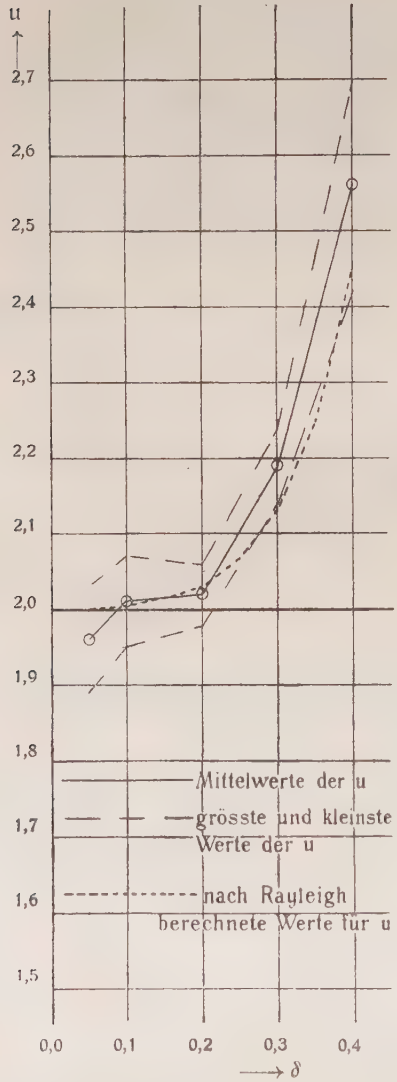
Figur 4.

Kondensator zur Prüfung der Schutzringwirkung.



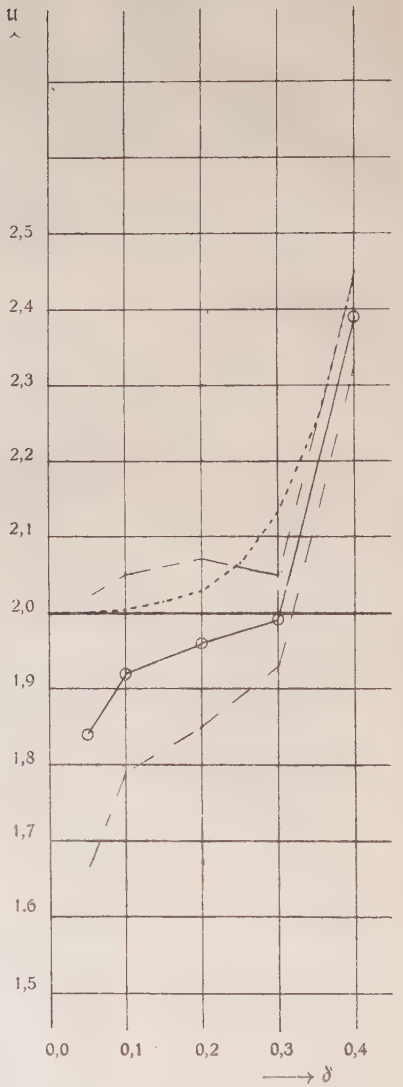
Figur 5.

Kurve der u-Werte für kleine Messingkugeln.



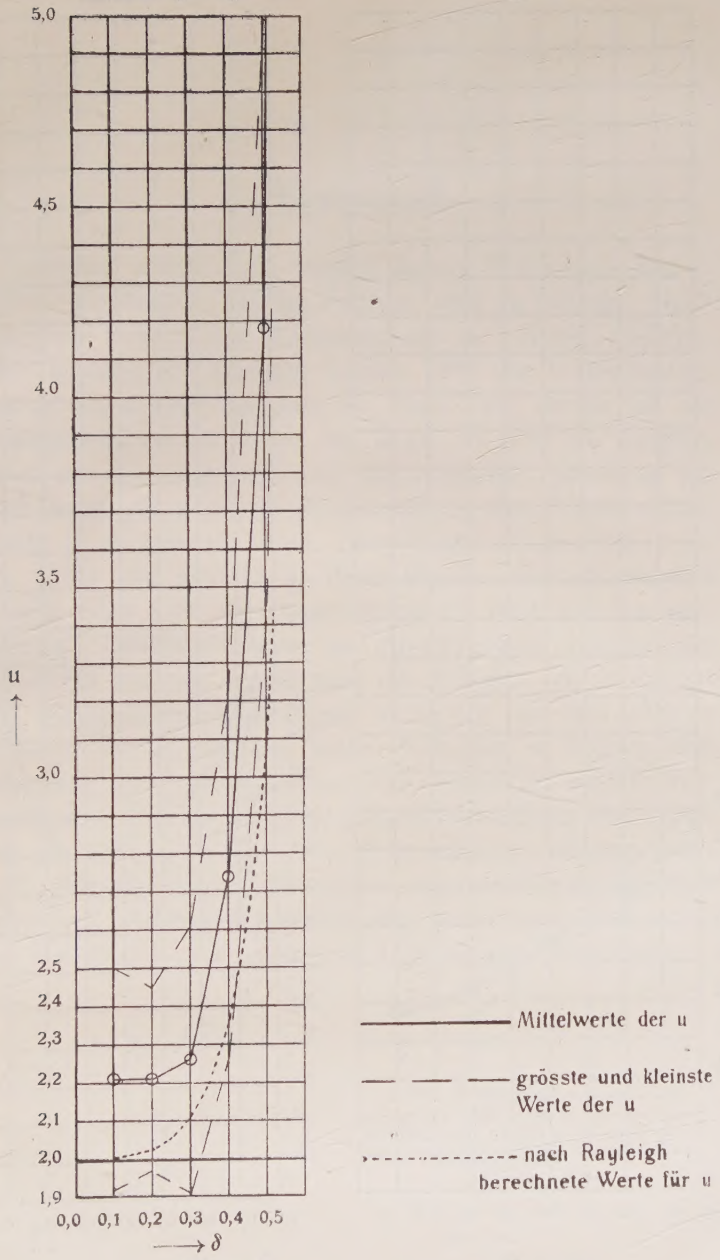
Figur 6.

Kurve der u-Werte für große Messingkugeln.



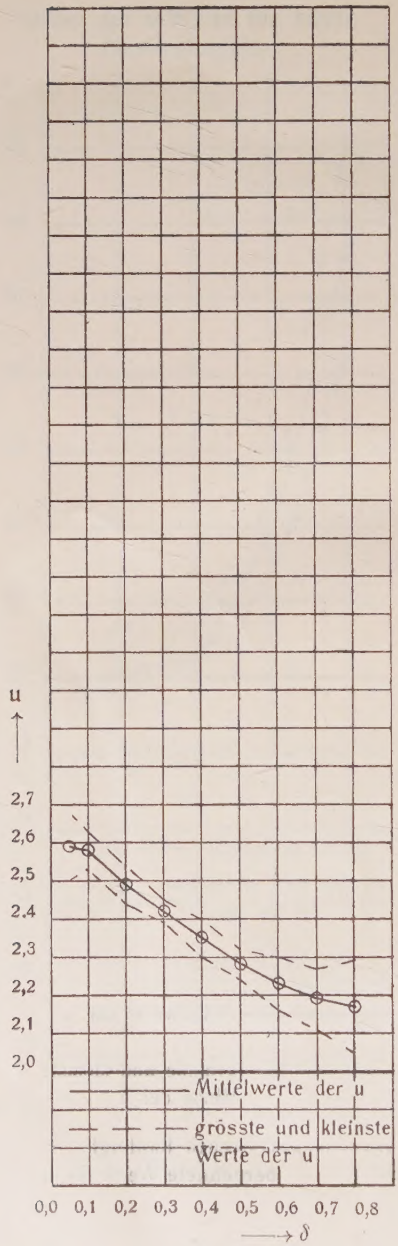
Figur 7.

Kurve der u-Werte für Mischungskugeln.



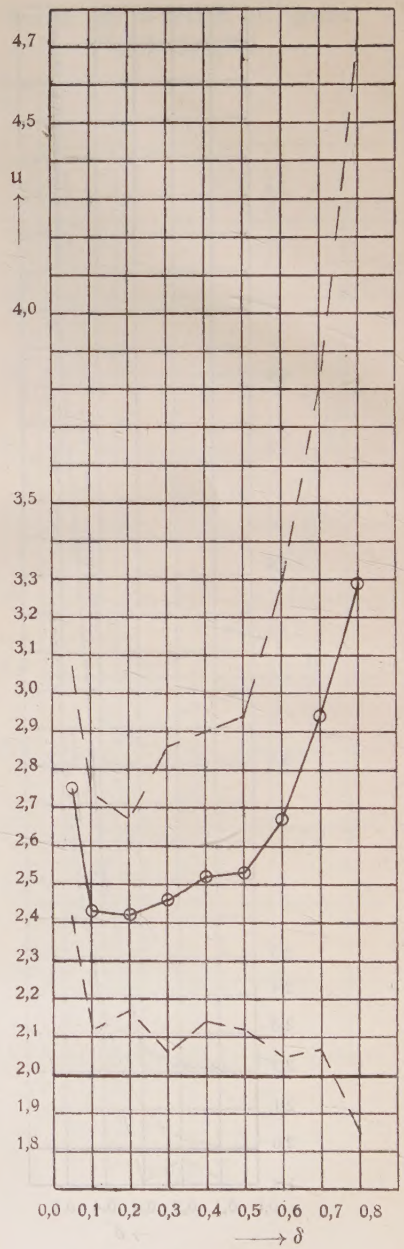
Figur 8.

Kurve der u-Werte für Messingwürfel.



Figur 9.

Kurve der u-Werte für Hartgummiwürfel.



Figur 10.

Lebenslauf.

Geboren wurde ich, August Anton Wilhelm John, ev.-luth. Konfession, am 23. Februar 1888 zu Leipzig. Nach 9jährigem Besuch der Thomasschule zu Leipzig (Gymnasium) bestand ich daselbst Ostern 1907 die Reifeprüfung. Vom 1. April 1907 bis zum 31. März 1908 diente ich als Einjährig-Freiwilliger beim Inf.-Regt. Nr. 107 zu Leipzig. Schon von Sommer 1907 an immatrikuliert, studierte ich nach Beendigung meiner Dienstzeit an den Universitäten Leipzig (S.-S. 1908 bis W.-S. 1909/10 und W.-S. 1910/11 bis S.-S. 1914) und Kiel (S.-S. 1910) Physik, Mathematik und Chemie. Seit S.-S. 1911 beschäftigte ich mich mit den vorliegenden Untersuchungen im physikalischen Institut der Universität Leipzig. Zu Beginn des Krieges, am 3. August 1914, als Reservist eingezogen, nahm ich mit dem aktiven Inf.-Regt. Nr. 107 an den ersten Kämpfen in Belgien und Frankreich teil; im Dezember 1914 wurde ich schwer verwundet und nach eingehender Lazarettbehandlung am 31. Juli 1915 als untauglich aus dem Heeresdienst entlassen. Im W.-S. 1915/16 nahm ich meine abgebrochenen Arbeiten wieder auf, während ich gleichzeitig dem physikalischen Institut der Universität Leipzig als Hilfsassistent angehörte.